Oscilatoare Armonice

Conditiile de oscilatie. Criteriul Barkhausen

Oscilatorul armonic este un circuit electronic care genereaza un semnal sinusoidal, pe baza energiei furnizate de sursa de alimentare. In figura 1 se prezinta schema bloc a unui amplificator cu reactie pozitiva, care poate deveni oscilator in anumite conditii.

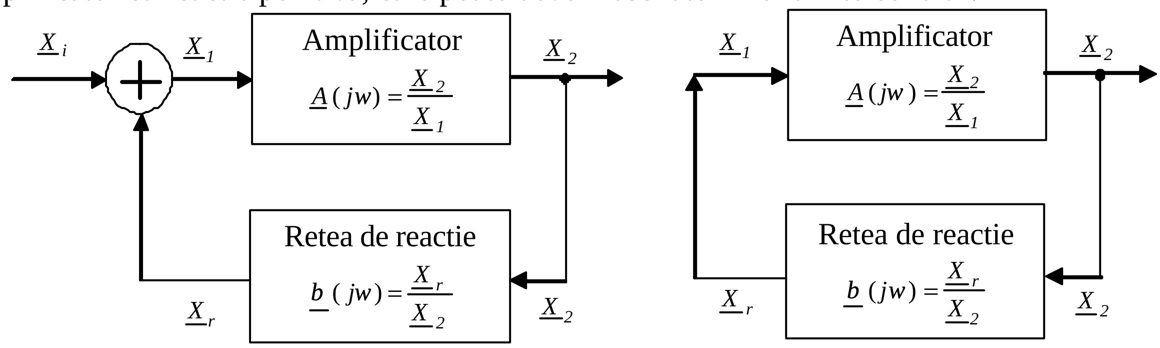


Fig.1 – Amplificator cu reactie pozitiva si structura de oscilator

In schemele bloc de mai sus, semnalele notate cu X_i pot fi tensiuni sau curenti. Amplificarea cu reactie rezulta:

$$\underline{A}_r = \frac{\underline{X}_2}{\underline{X}_i} = \frac{\underline{A}}{1 - \underline{b}\,\underline{A}}$$

Amplificatorul cu reactie pozitiva din Fig.1 devine oscilator daca fara semnal aplicat la intrare ($\underline{X}_i = 0$) se obtine semnal la iesire ($\underline{X}_2 \neq 0$), ceea ce echivaleaza cu conditia:

$$\underline{A}_r = \frac{\underline{X}_2}{\underline{X}_i} \to \infty$$

Aceasta duce la **conditia Barkhausen**:

$$\underline{b}\,\underline{A} = 1$$

Intuitiv, aceasta formula implica reproducerea semnalului pe bucla de reactie pozitiva. In general atit amplificarea A cit si factorul de transfer al retelei de reactie ß sunt marimi complexe, astfel incit relatia Barkhausen intre numere complexe este echivalenta cu doua conditii reale:

conditia de modul sau amplitudine: $|b||A| = 1$

conditia de argument sau faza: arg(b)+arg(A)=$j_b + j_A = 0$

Frecventa de oscilatie w_{osc} se determina din conditia de faza. Din conditia de modul se determina amplificarea minima necesara pentru producerea oscilatiilor. In majoritatea situatiilor practice, amplificarea A este un numar real, deci $j_A = 0$ sau $j_A = p$. In acest caz frecventa de oscilatie este determinata numai de reteaua de reactie.

Pentru un oscilator trebuie in principal sa se determine:

- conditia de amorsare (startare) a oscilatiilor;
- frecventa de oscilatie: $f_{osc} = w_{osc} / 2p$;
- amplitudinea de oscilatie U_{osc};
- conditia de stabilitate dinamica a oscilatiilor.

In cadrul teoriei liniare a oscilatoarelor se pot stabili numai conditia de amorsare, frecventa de oscilatie si stabilitatea acesteia. Aceasta nu permite determinarea amplitudinii oscilatiilor stabile.

Oscilatoare armonice cu retea Wien

Retea Wien

Structura retelei Wien cu atac in tensiune in forma generala este data mai jos:

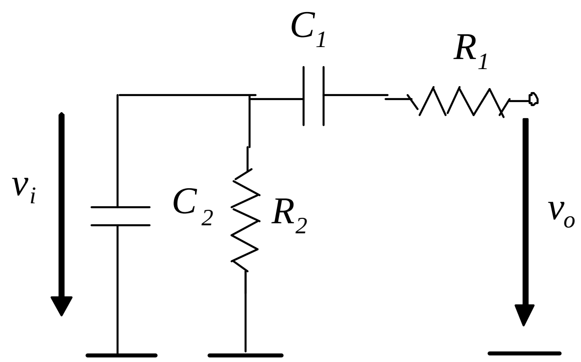


Fig.2 – Reteaua Wien cu atac în tensiune

Calculul functiei de transfer

Notam impedantele din ramurile retelei Wien cu:

$$Z_1(s) = R_1 + \frac{1}{sC_1},\ Z_2(s) = \frac{R_2}{1 + sR_2C_2}$$

Functia de transfer a retelei Wien in tensiune este:

$$H_w(s) = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)} = \frac{s\frac{1}{R_1C_2}}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_1C_2} + \frac{1}{R_2C_2}\right) + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}$$

Reteaua Wien este o retea RC selectiva cu functie de transfer de tip trece-banda. Pulsatia centrala (de maxim) este:

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

La aceasta frecventa, functia de transfer ia valoarea maxima (reala):

$$H_w(w_0) == \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}}$$

Din motive tehnice (la reglarea frecventei, rapoartele $\frac{R_1}{R_2}$ si $\frac{C_2}{C_1}$ trebuie mentinute constante pentru ca amplitudinea sa nu varieze), se utilizeaza mai frecvent reteaua Wien simetrica, la care:

$$R_1 = R_2 = R \;;\; C_1 = C_2 = C$$

In acest caz particular, functia de transfer a retelei Wien devine:

$$H_w(s) = \frac{s\frac{1}{RC}}{s^2 + s\frac{3}{RC} + \left(\frac{1}{RC}\right)^2}$$

Notind pulsatia centrala (de oscilatie) cu $w_0 = \frac{1}{RC}$ avem:

$$H_w(s) = \frac{sw_0}{s^2 + 3w_0 s + w_0^2}$$

La frecventa de oscilatie functia de transfer ia valoarea $H_w(w_0) = \frac{1}{3}$.

Expresiile modulului si argumentului functiei de transfer sunt:

$$\left|H_w(w)\right| = \frac{ww_0}{\sqrt{\left(w^2 - w_0^2\right)^2 + 9w^2 w_0^2}}; \quad \arg\left(H_w(w)\right) = \frac{p}{2} - \arctan\left(\frac{3ww_0}{w^2 - w_0^2}\right)$$

Oscilator cu amplificator operational si retea Wien

In figura 3 se da schema unui oscilator cu amplificator operational (AO) si retea Wien.

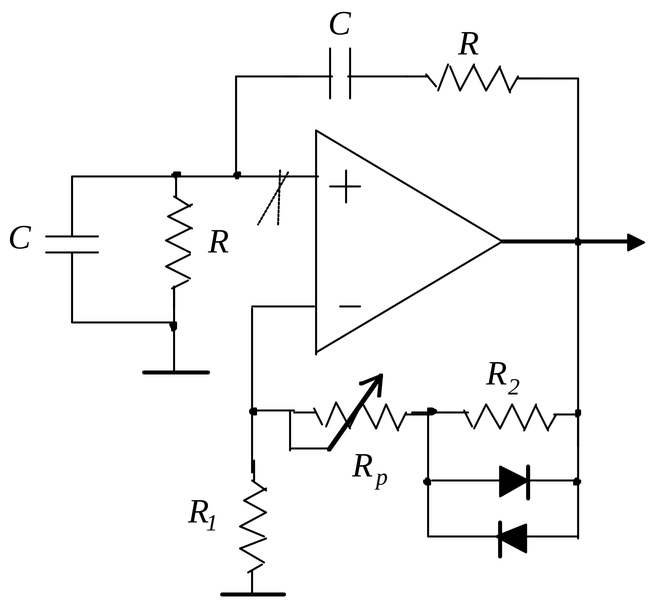


Fig. 3 – Oscilator cu amplificator operational si punte Wien

Reactia negativa este realizata prin rezistentele fixe R_1 si R_2 precum si prin potentiometrul R_p. Diodele plasate in antiparalel cu rezistenta R_2 realizeaza limitarea amplitudinii de oscilatie. Limitarea se face printr-un mecanism neliniar prin care la cresterea amplitudinii de oscilatie, scade amplificarea astfel incit sa se ajunga intr-un punct de oscilatie stabil, in care este satisfacuta exact conditia de oscilatie Barkhausen.

Amplificatorul operational lucreaza in configuratie de neinversor, avind amplificarea:

$$A_r = 1 + \frac{R_p + R_d}{R_1}$$

in care R_d este rezistenta dipolului neliniar format din rezistenta R_2 si cele doua diode, rezistenta de care depinde de valoarea amplitudinii de oscilatie.

Se considera ca amplificatorul operational nu introduce nici un defazaj la frecventa de oscilatie, astfel incit aceasta este determinata numai de catre reteaua Wien, legata in bucla de reactie pozitiva. Reteaua Wien lucreaza in gol, deoarece impedanta de intrare an AO este practic infinita. Pentru indeplinirea conditiei de oscilatie Barkhausen, trebuie sa avem amplificarea:

$$A_r = 3 \Rightarrow R_d + R_p = 2R_1$$

Oscilator cu tranzistor bipolar si retea Wien

In figura 4 se prezinta o schema tipica de oscilator RC cu tranzistoare bipolare si retea Wien.

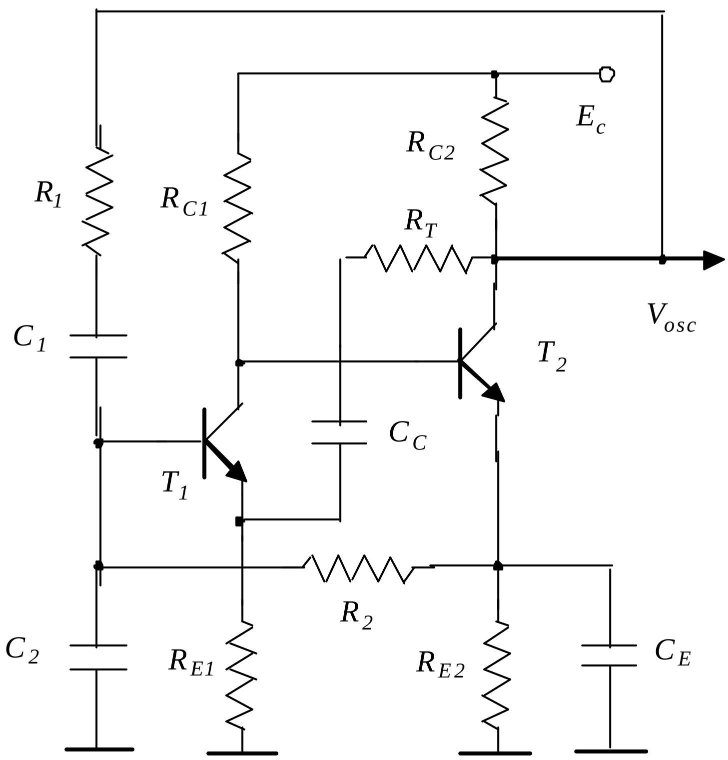


Fig. 4 – Oscilator cu tranzistor bipolat si retea Wien

Oscilatorul este format dintr-un amplificator cu doua etaje in conexiune emitor comun si doua bucle de reactie:

- o bucla de reactie negativa prin rezistentele R_T si R_{E1} (reactie cu esantionare in nod si comparare pe bucla, sau reactie de tensiune serie);
- o bucla de reactie pozitiva (reteaua Wien) formata din rezistentele R_1 si R_2 si capacitatile C_1 si C_2. Aceasta retea este atacata in tensiune si cu iesirea in tensiune.

Limitarea amplitudinii de oscilatie este realizata de termistorul R_T. Stabilitatea PSF este asigurata in primul rind prin reactia negativa de curent continuu aplicat prin R_2 si R_{E2}. Capacitatile C_C si C_E sunt scurtcircuite pe semnal (au reactanta neglijabila la frecventa de oscilatie).

Punct Static de Functionare

$$E_C = R_{C1}I_{C1} + V_{BE1} + V_{BE2} + R_2\frac{I_{C1}}{b_1} + R_{E1}I_{C1}$$

$$E_C = R_{C1}I_{C1} + V_{BE2} + R_{E2}I_{C2}$$

din care rezulta curentii de colector:

$$I_{C1} = \frac{E_C - 2V_{BE}}{R_{C1} + R_{E1} + \dfrac{R_2}{b}};\quad I_{C2} = \frac{E_C - V_{BE} - R_{C1}I_{C1}}{R_{E2}}$$

Amplificarea cu reactie a amplificatorului format din tranzistoarele T1 si T2 se poate aproxima cu inversul factorului de reactie negativa (divizorul rezistiv format din termistorul R_T si rezistenta fixa din emitor R_{E1}):

$$A_{vr} \simeq \frac{1}{f} = 1 + \frac{R_T}{R_{E1}}$$

Deoarece emitorul lui T1 nu este decuplat la masa pe semnal (separat, T1 functioneaza ca etaj cu sarcina distribuita, cu amplificarea $A_{v1} \simeq -\frac{R_{C1}}{R_{E1}}$), rezistenta de intrare in baza lui T1, care incarca reteaua Wien este mult mai mare decit impedanta grupului R_1-C_1, astfel incit nu modifica functia de transfer a acesteia, si deci nici frecventa de oscilatie.

Considerind reteaua Wien simetrica ($R_1=R_2=R$; $C_1=C_2=C$), frecventa de oscilatie va fi:

$$f_{osc} = \frac{1}{2p\,RC}$$

Dimensionarea componentelor

Se considera urmatoarele valori ale elementelor schemei:

R_{C1}=2.1kO ; R_{C2}=200O ; R_{E1}=1kO ; R_{E2}=200O ;
C_B=C_C=100nF; C_E=100µF; E_C=15V;

Pentru tranzistor consideram: ß=100; V_{BE}=0.6V

Se obtin urmatoarele valori de punct static:

I_{C1}=4.3mA ; g_{m1}=172mA/V ; r_{p1}=580O ;
I_{C2}=27mA ; g_{m2}=1080mA/V ; r_{p2}=93O ;

Cele doua etaje asigura o amplificare suficient de mare astfel incit sa se poata considera ca aproximarea discutata este valabila; daca se considera ca termistorul are o rezistenta R_T=2kO, rezulta amplificarea necesara sustinerii oscilatiilor:

$$A_{vr} \simeq \frac{1}{f} = 1 + \frac{R_T}{R_{E1}} = 3$$

S-a considerat o retea Wien simetrica, avind $R_1=R_2$=10kO si $C_1=C_2$=1.6nF cu frecventa de oscilatie $f_{osc} = \frac{1}{2p\,RC}$=10kHz. Prin reteaua de reactie formata din R_T si R_{E1}, amplitudinea semnalului la bornele termistorului este:

$$V_T = \frac{2}{3}V_{osc}$$

iar puterea disipata pe termistor este:

$$Pd = \frac{1}{2}\frac{V_T^2}{R_T} = \frac{2}{9}\frac{V_{osc}^2}{R_T}$$

Daca puterea disipata se considera P_d=1.5mW, rezulta amplitudinea de oscilatie:

$$V_{osc} = \sqrt{\frac{9R_T P_d}{2}}$$

Trebuie sa verificam ca nu apare o limitare a semnalului prin intrare in saturatie sau blocare a tranzistoarelor. Tensiunea minima in colector este:

$V_{min}=V_{CE2}-V_{osc}=4.2-3.67=0.56V>V_{CEsat}$, deci nu se intra in saturatie.

Curentul minim prin tranzistor va fi:

$$I_{Cmin} = I_{C2} - \frac{V_{osc}}{R_{C2}} = 8.66mA$$ si deci nu se intra in blocare.

Calcul Simbolic - Retea Wien

```
> restart:with(Syrup):
> libname:="c://maple//SCSlib",libname:
```

Caracterizarea circuitului

Descrierea circuitului folosind un netlist de tip spice:

```
> reteaWien :=
"retea Wien
Vg 1 0
R1 1 2
C1 2 3
R2 3 0
C2 3 0
.end":
```

Ecuatii TTN

Rezolvarea simbolica a ecuatiilor TTN:

```
> syrup(reteaWien, ac, 'curenti','tensiuni');
Syrup/parsedeck:   Analyzing SPICE deck "retea Wien" (ignoring this line)
```

$$\{ v_2 = \frac{Vg\,(s\,C1\,R2 + 1 + s\,C2\,R2)}{s\,C1\,R1 + s^2\,C1\,R1\,C2\,R2 + s\,C1\,R2 + 1 + s\,C2\,R2},$$

$$v_3 = \frac{s\,C1\,R2\,Vg}{s\,C1\,R1 + s^2\,C1\,R1\,C2\,R2 + s\,C1\,R2 + 1 + s\,C2\,R2},\ v_1 = Vg \}$$

Functia de transfer H(s)

```
> Hs:=eval(v[3]/v[1],tensiuni);
```

$$Hs := \frac{s\,C1\,R2}{s\,C1\,R1 + s^2\,C1\,R1\,C2\,R2 + s\,C1\,R2 + 1 + s\,C2\,R2}$$

Zerourile functiei de transfer - un zerou in origine:

```
> z:=solve(numer(Hs)=0,s);
```

$$z := 0$$

Polii functiei de transfer - doi poli reali in semiplanul sting:

```
> p:={solve(denom(Hs)=0,s)}:
```

Calculul functiei de transfer de regim permanent:

```
> Homega:=subs(s=I*omega,Hs);
```

$$Homega := \frac{I\,\omega\,C1\,R2}{I\,\omega\,C1\,R1 - \omega^2\,C1\,R1\,C2\,R2 + I\,\omega\,C1\,R2 + 1 + I\,\omega\,C2\,R2}$$

Pulsatii pentru care este indeplinita conditia Barkhausen de faza:

```
> assume(omega,positive);
assume(R1,positive);assume(R2,positive);
assume(C1,positive);assume(C2,positive);
omega0:=solve( Re(denom(Homega))=0,omega)[1];
```

$$\omega 0 := \frac{\sqrt{R1\,C1\,C2\,R2}}{R1\,C1\,C2\,R2}$$

Calculul atenuarii la pulsatia determinata:

```
> Homega0:=simplify(eval(Homega, omega=omega0));
```

$$Homega0 := \frac{C1\,R2}{R1\,C1 + C1\,R2 + C2\,R2}$$

In cazul particular al unei retele Wien simetrice {R1=R2=R, C1=C2=C}, functia de transfer este:

```
> Hw:=subs({R1=R,R2=R,C1=C,C2=C},Hs);
```

$$Hw := \frac{s\,C\,R}{3\,s\,C\,R + s^2\,C^2\,R^2 + 1}$$

Pozitia polilor si a zeroului:

```
> solve(numer(Hw)=0,s);
```

$$0$$

```
> solve(denom(Hw)=0,s);
```

$$\frac{1}{2}\,\frac{-3+\sqrt{5}}{C\,R},\ -\frac{1}{2}\,\frac{3+\sqrt{5}}{C\,R}$$

Functia de transfer de regim permanent este:

```
> Hwomega:=subs(s=I*omega,Hw);
```

$$Hwomega := \frac{I\,\omega\,C\,R}{3\,I\,\omega\,C\,R - R^2\,\omega^2\,C^2 + 1}$$

Determinarea pulsatiei pentru care se indeplineste conditia Barkhausen de oscilatie (faza)

```
> assume(R,positive);assume(C,positive);
omega0:=simplify(solve( Re(denom(Hwomega))=0,omega)[1]);
```

$$\omega 0 := -\frac{1}{R\,C}$$

Atenuarea pe bucla de reactie:

```
> Hwomega0:=simplify(eval(Hwomega, omega=omega0));
```

$$Hwomega0 := \frac{1}{3}$$

Functia de transfer in regim permanent H(j?)

```
> restart:with(Syrup):
> libname:="c://maple//SCSlib",libname:
> Hs:=s*omega0/(s^2+3*s*omega0+omega0^2);
```

$$Hs := \frac{s\,\omega 0}{s^2 + 3\,s\,\omega 0 + \omega 0^2}$$

```
> Homega:=subs(s=I*omega, Hs);
```

$$Homega := \frac{I\,\omega\,\omega 0}{-\omega^2 + 3\,I\,\omega\,\omega 0 + \omega 0^2}$$

Valori ale functiei de transfer $H(j\,\omega)$ pentru $\omega = \{0, \omega 0, \infty\}$:

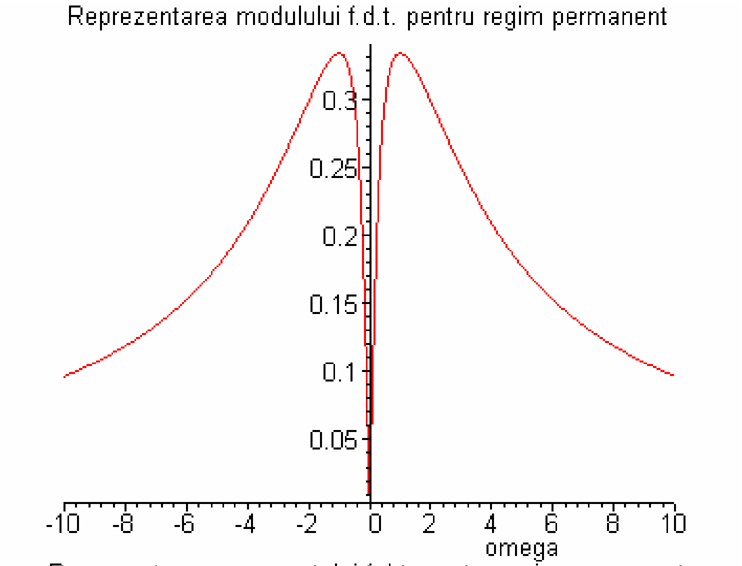
```
> Hw0:=limit(Homega,omega=0);
Hinf:=limit(Homega,omega=infinity);
abs_Homega0:=simplify(abs(eval(Homega,omega=omega0)));
arg_Homega0:=simplify(argument(eval(Homega,omega=omega0)));
```

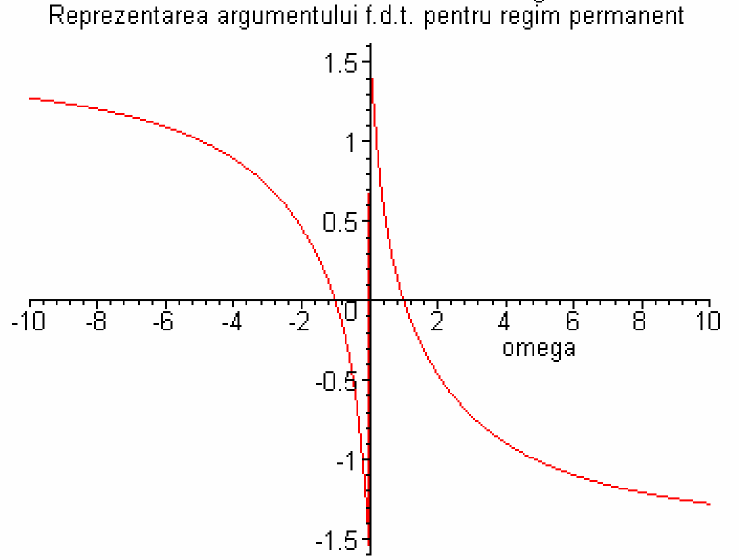
$$Hw0 := 0\,,\ Hinf := 0$$

$$abs\_Homega0 := \frac{1}{3}\,,\ arg\_Homega0 := 0$$

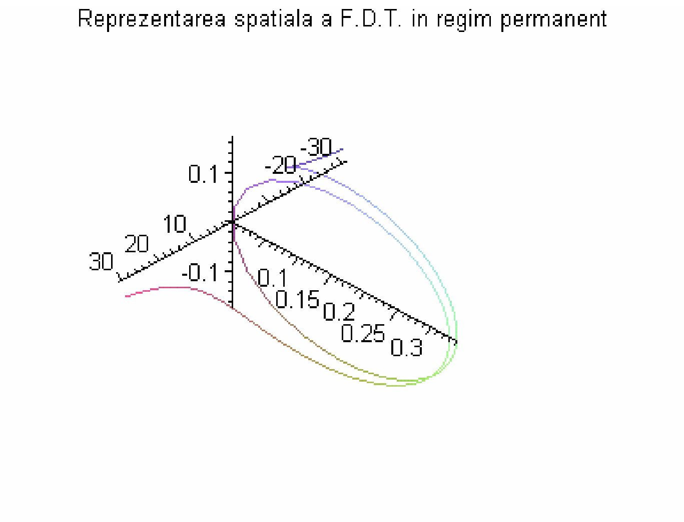
Pulsatia de rezonanta:

```
> plot(abs(eval(Homega,omega0=1)),omega=-10..10, axes=normal,
title="Reprezentarea modulului f.d.t. pentru regim permanent");
plot(argument(eval(Homega,omega0=1)), omega=-10..10,axes=normal,
title="Reprezentarea argumentului f.d.t. pentru regim
permanent");
```



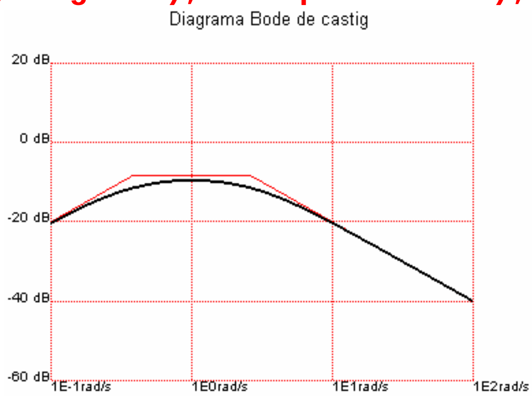


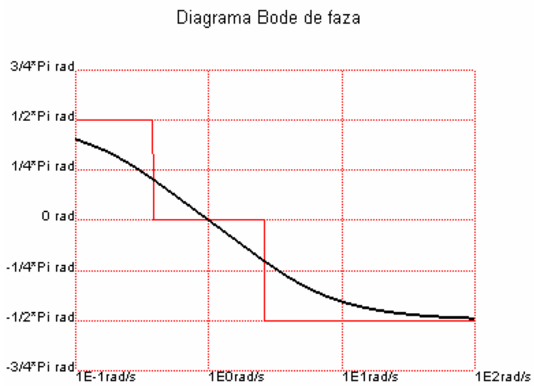

```
>plots[spacecurve]([omega,Re(eval(Homega,omega0=1)),Im(eval(Homeg
a,omega0=1)),omega=-30..30],numpoints = 1000,axes=normal,
title="Reprezentarea spatiala a F.D.T. in regim permanent" );
```



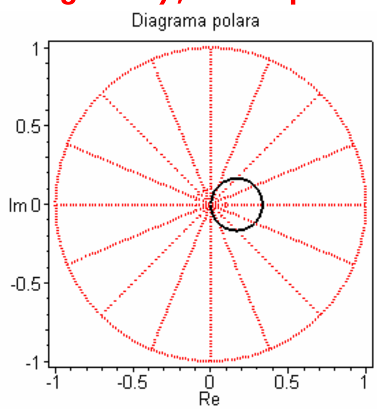
Diagrame frecventiale

```
> Bode[castig](eval(Hs,omega0=1),numarpuncte=400);
Bode[faza](eval(Hs,omega0=1),numarpuncte=400);
```






```
> Bode[polara](eval(Hs,omega0=1),numarpuncte=400);
```



Calcul Simbolic - Oscilator cu AO si retea Wien

```
> restart:with(Syrup):
> libname:="c://maple//SCSlib",libname:
```

Caracterizarea circuitului

Se considera circuitul in bucla deschisa avind la intrare aplicat o sursa de tensiune de test.

```
> oscilatorWien :=
"oscilator cu retea Wien
Vg 1 0
R3 2 0 R1
R4 2 3 Rd+Rp
E 3 0 1 2 A
R1 3 4 R
C1 4 5 C
R2 5 0 R
C2 5 0 C
.end":
```

Ecuatii TTN

Rezolvarea simbolica a ecuatiilor TTN:

```
> syrup(oscilatorWien, ac, 'curenti','tensiuni'):
```

Functia de transfer H(s) in bucla deschisa

```
> Hs:=limit(eval(v[5]/v[1],tensiuni),A=infinity);
```

$$Hs := \frac{(Rd + Rp + R1)\, s\, C\, R}{R1\, (1 + s^2\, C^2\, R^2 + 3\, s\, C\, R)}$$

```
> Homega:=subs(s=I*omega,Hs);
```

$$Homega := \frac{I\, (Rd + Rp + R1)\, \omega\, C\, R}{R1\, (1 - \omega^2\, C^2\, R^2 + 3\, I\, \omega\, C\, R)}$$

Frecventa de oscilatie

Din conditia Barkhausen de faza se poate determina pulsatia de oscilatie care este solutia ecuatiei:

```
> assume(R1,positive);assume(Rp,positive);assume(Rd,positive);
omega0:=solve(argument(Homega)=0,omega);
```

$$\omega 0 := \mathrm{RootOf}(-\mathrm{RootOf}(\operatorname{argument}(\_Z)) + (I - 3\, I\, \mathrm{RootOf}(\operatorname{argument}(\_Z)))\, \_Z + \mathrm{RootOf}(\operatorname{argument}(\_Z))\, \_Z^2, label = \_L4)/(R\, C)$$

Conditia de oscilatie

Din conditia Barkhausen de modul se poate determina o valoare pentru rezistenta Rp:

```
> Rp:=solve(eval(Homega,omega=1/(R*C))=1,Rp);
```

$$Rp := -Rd + 2\, R1$$