Temă de casă: Algoritmul LMS şi variantele sale în aplicații de egalizare a canalelor de transmisiuni

Aspecte teoretice

Egalizarea canalelor de transmisiuni reprezintă o aplicație tipică de modelare inversă (deconvoluție), conform schemei-bloc din Fig. 1. Presupunând ca sistemul necunoscut este liniar şi are funcția de transfer P(z), filtrul adaptiv ar trebui sa realizeze în mod ideal funcția de transfer $H(z) = 1/P(z)$. Din punct de vedere practic trebuie să ținem cont de urmatoarele aspecte:

- sistemul ce urmează a fi modelat introduce de regulă întârzieri, care trebuie compensate decalând în mod corespunzător semnalul dorit de la ieşirea filtrului adaptiv. Pentru filtrele FIR cu fază liniar variabilă se cunoaşte că această întârziere este egală cu jumătate din ordinul filtrului.
- întotdeauna vor apărea zgomote suprapuse peste semnalele utile, acestea vor afecta în sens negativ determinarea modelului invers (rezultate satisfăcătoare se obțin dacă zgomotul este considerat alb, cu valoare medie nulă).
- riguros vorbind, un filtru FIR poate constitui modelul invers al unui sistem necunoscut doar dacă acesta are numai poli, nu şi zerouri (altfel spus, un filtru IIR nu poate fi modelat perfect folosind un filtru FIR de ordin finit).
- semnalul de intrare trebuie să fie capabil să excite toate modurile (frecvențele naturale) corespunzătoare funcției de transfer a sistemului modelat, în caz contrar unele moduri nu vor fi observabile şi deci nu vor putea fi modelate. Din acest motiv se preferă aplicarea la intrarea sistemului modelat a unui semnal cu spectru bogat, de tip zgomot alb.

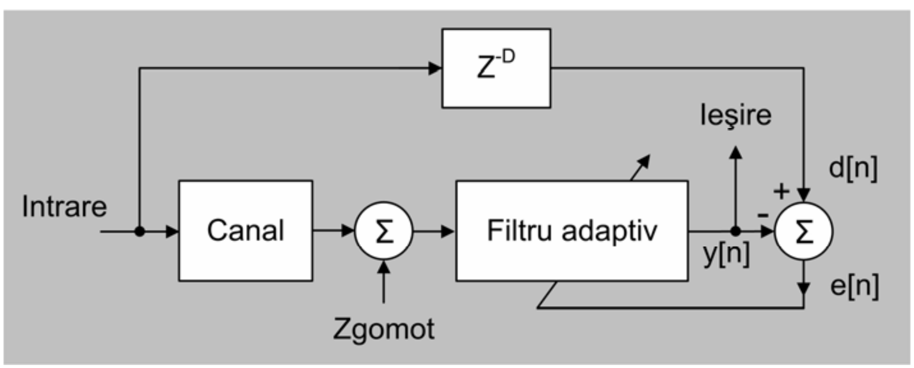

Fig. 1 Schema-bloc a unei aplicații de egalizare adaptivă

În mod concret, să presupunem un canal de transmisiuni având funcția pondere:

$$h[n] = \begin{cases} 0.5 * \left[1 + \cos\left(\dfrac{2\pi}{W}[n-2] \right) \right], \ n = 1,2,3 \\ 0 \text{ , } \textit{în rest} \end{cases}$$

la intrarea căruia se aplică o secvență aleatoare binară bipolară, cu valoare medie nulă şi dispersie unitară. Parametrul W influențează gradul de distorsiune introdus de canal şi, implicit, împrăştierea valorilor proprii ale matricii de autocorelație a semnalului de intrare în filtrul adaptiv. În plus, se consideră că pe canal se suprapune şi un nivel de zgomot v[n] cu valoare medie nulă şi dispersie $\sigma_v^2 = 0.001$. Filtrul adaptiv este de tip FIR, de ordin M=11. Întârzierea totală introdusă pe calea de propagare a semnalului este egală cu jumătate din suma ordinelor funcțiilor de transfer ale canalului şi filtrului adaptiv, adică $\Delta = 7$ perioade de tact.

Cerințe

1. Care este valoarea maxim admisibilă pentru constanta de adaptare μ astfel încât algoritmul LMS standard să asigure convergența coeficienților către valori finite ?

   Indicație: valoarea maximă a constantei de adaptare depinde (invers proporțional) de puterea semnalului de intrare în filtrul adaptiv. O posibilitate practică de a estima această valoare maximă o reprezintă utilizarea relației $0 < \mu < \dfrac{2}{trace[\mathbf{R}]}$, unde *trace*[**R**] desemnează suma valorilor de pe diagonala principală a matricii **R** (matricea de autocorelație a datelor de la intrarea în filtrul adaptiv; în mod concret, intrarea în filtrul adaptiv este reprezentată de vectorul **X**i din funcția `run_lms_eq.m`).

2. Determinați valoarea optimă a întârzierii Δ. Studiați influența acestui parametru asupra performanțelor algoritmului LMS.

   Indicație: trebuie să determinăm valoarea întârzierii semnalului y[n] față de semnalul de intrare în canalul de transmisiuni. Această întâriere se poate determina de exemplu calculând şi reprezentând grafic valoarea funcției de intercorelație (funcția Matlab utilă este `xcorr.m`) dintre cele două semnale.

3. Studiați influența valorii constantei de adaptare μ şi a parametrului W asupra vitezei de convergență a algoritmului LMS şi a valorii finale a erorii pătratice medii. Trasați grafice sugestive pentru câteva valori distincte ale parametrului μ.

   Indicație: folosiți drept model funcțiile Matlab furnizate, în particular funcțiile `plot_5_22.m` şi `plot_5_24.m`.

4. Studiați influența valorii ordinului filtrului asupra vitezei de convergență a algoritmului LMS şi a valorii finale a erorii pătratice medii.

5. Studiați influența valorii dispersiei zgomotului de canal asupra valorii finale a erorii pătratice medii.

6. După rularea algoritmul LMS, trasați grafice reprezentând funcția pondere a canalului, a egalizorului, respectiv a filtrului rezultat din dispunerea în cascadă a canalului şi a egalizorului. Reprezentați răspunsurile în frecvență corespunzătoare acestor filtre.

   Indicație: funcția pondere a canalului este definită de variabila notată cu h, iar funcția pondere a egalizorului este reprezentată de setul de coeficienți Wx din funcția Matlab `run_lms_eq.m` (se vor folosi ultimele valori ale setului de coeficienți Wx, adică cei corespunzători finalului procesului de convergență).