

Laboratorul nr 3

Proiectarea filtrelor discrete de tip IIR folosind prototipuri analogice

Filtrele discrete se pot proiecta fie pornind de la un prototip analogic, fie utilizand metode de sinteza directa. Aceasta lucrare de laborator isi propune sa exemplifice doua metode de sinteza a filtrelor discrete folosind prototipuri analogice: metoda transformarii Z biliniare si metoda invariantei raspunsului la impuls.

1. Sinteza filtrelor discrete folosind metoda invariantei raspunsului la impuls

Aceasta metoda se bazeaza pe faptul ca, in cazul in care se esantioneaza raspunsul la impuls al filtrului analogic cu o frecventa suficient de mare, se poate scrie functia pondere a filtrului discret pe baza acestor esantioane. Cu alte cuvinte, stiind $h(t)$, se poate determina $h[n]$ cu urmatoarea formula:

$$h[n] = T_s h(nT_s), \text{ unde } H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h[n] \cdot z^{-n} \quad (1)$$

Corespunzator, relatia dintre raspunsul in frecventa a filtrului discret si cea a filtrului continuu este:

$$H(\omega_d) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_c \left(j \left(\frac{\omega}{f_s} + \frac{2\pi}{T_s} k \right) \right) \quad (2)$$

Daca $H_c(\omega) = 0$ pentru $|\omega| \geq \frac{\omega_s}{2}$, atunci $H(\omega_d) = H_c(j \frac{\omega}{f_s})$ pentru $|\omega| \leq \frac{\omega_s}{2}$.

A1: Ce tip de filtre discrete pot fi implementate folosind metoda invariantei la impuls?

Pentru a determina $h[n]$ se descompune $H_c(s)$ intr-o suma de fractii simple:

$$H_c(s) = \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{s - s_k} \quad (3)$$

Atunci raspunsul la impuls al filtrului analogic va fi:

$$h_c(t) = \sum_{k=1}^N A_k \cdot e^{s_k t} \cdot \sigma(t) \quad (4)$$

Corespunzator, raspunsul la impuls a filtrului discret este:

$$h[n] = T_s \cdot h(nT_s) = \sum_{k=1}^N T_s A_k \cdot e^{s_k n T_s} \cdot \sigma[n] \quad (5)$$

iar functia de transfer este:

$$H(z) = \sum_{k=1}^N \frac{T_s A_k}{1 - e^{s_k T_s} \cdot z^{-1}} \quad (6)$$

A2: Sa se sintetizeze un filtru discret care provine din urmatorul prototip analogic

$$H(s) = \frac{0.01}{s + 0.01} \text{ folosind metoda invariantei la impuls.}$$

A3: Sa se proiecteze filtrul discret in Matlab (se va folosi functia Matlab `impinvar`) si sa se verifice in Simulink faptul ca filtrul discret implementat aproximeaza $H(s)$.

2. Sinteza filtrelor discrete folosind metoda transformarii Z biliniare

Considerand un filtru analogic cu functia de transfer $H(s)$, se face schimbarea de variabila:

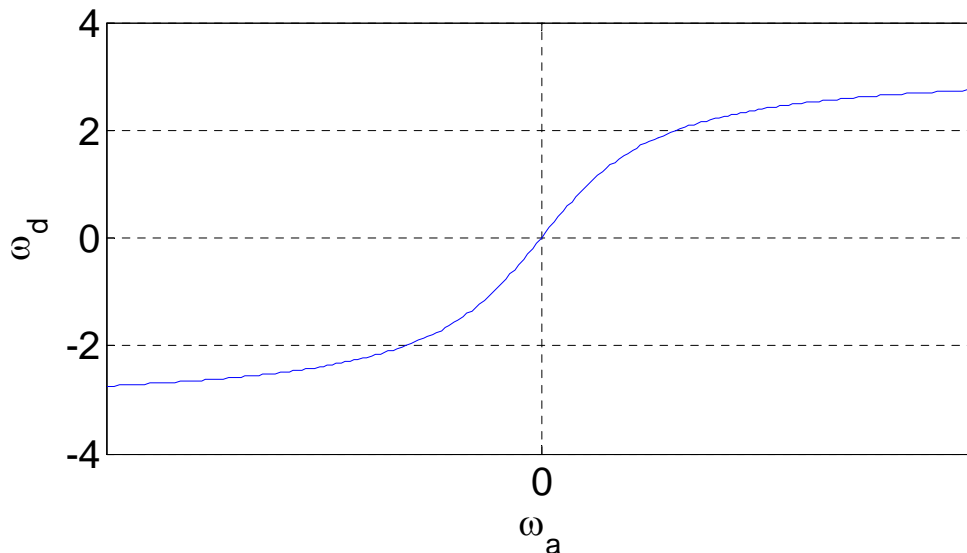
$$s = \frac{2}{T_s} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad (7)$$

unde T_s reprezinta perioada de esantionare utilizata.

Transformarea de frecventa din domeniul S in domeniul Z rezulta din relatia (7):

$$\omega_d = 2 \cdot \arctan\left(\frac{\omega_a T_s}{2}\right)$$

Prin urmare, dependenta lui ω_a de ω_d este una de tip tangenta. Daca perioada de esantionare este mica (frecventa cu care se face esantionarea este mare relativ la banda semnalului/sistemului), atunci filtrul discret poate aproxima oricat de bine filtrul analogic.



Variatia frecventei ω_d corespunzatoare domeniului Z la variatia frecventei ω_a corespunzatoare domeniului S.

A4: Sa se sintetizeze un filtru discret de tip FTJ cu frecventa de taiere 0.25π folosind transformarea biliniara (se va folosi prototipul analogic $H(s) = \frac{\alpha}{s + \alpha}$ si se va considera $T_s=1$).

A5: Sa se proiecteze in Matlab (se va folosi functia Matlab `bilinear`) si sa se verifice in Simulink faptul ca filtrul discret implementat aproximeaza pe $H(s)$.

A6: Sa se scrie un script in Matlab in care sa se proiecteze folosind metoda invariantei la impuls si transformarea Z biliniara filtrele discrete care au drept prototip urmatorul filtru analogic (se considera $T_s=0.01s$):

$$H_a(s) = \frac{17410}{s^2 + 138s + 17410}$$

Comparati caracteristicile de frecventa ale celor doua filtre discrete obtinute (se va folosi functia Matlab freqz).

3. Utilizarea utilitarului fdatool pentru proiectarea filtrelor IIR discrete.

*A7: Sa se proiecteze folosind utilitarul **fdatool** filtre IIR de tip: trece jos, trece sus, trece banda si opreste banda. Sa se exporte in Matlab si apoi in Simulink coeficientii filtrului.*