Technical University
of Iasi, Romania

Faculty of Electronics and
Telecommunications

Signals, Circuits and
Systems laboratory

Circuite neliniare pentru prelucrarea semnalelor

Comportarea dinamica de tip cuasi-periodic

Cuprins

- Dinamica de tip cuasiperiodic
- Dimensiunea sistemelor analogice
- Cuplajul oscilatoarelor neliniare
  - Direct
  - Cu modulatie de amplitudine
  - Cu modulatie de frecventa
- Cazul discret: discutia frecventei de tact

Dinamica de tip cuasiperiodic

- Comportarea dinamica de tip **cuasiperiodic** este o oscilație neliniara ***ne-repetitiva***.
- Fiecare variabilă de stare este reprezentabilă în domeniul frecvență printr-o *densitate spectrală de amplitudine* **discretă**, de linii, fiind un semnal compus din *componente sinusoidale*.
- Deși fiecare componentă în parte este periodică, ansamblul lor este neperiodic dacă există măcar două componente de ***frecvențe necorelate armonic***:

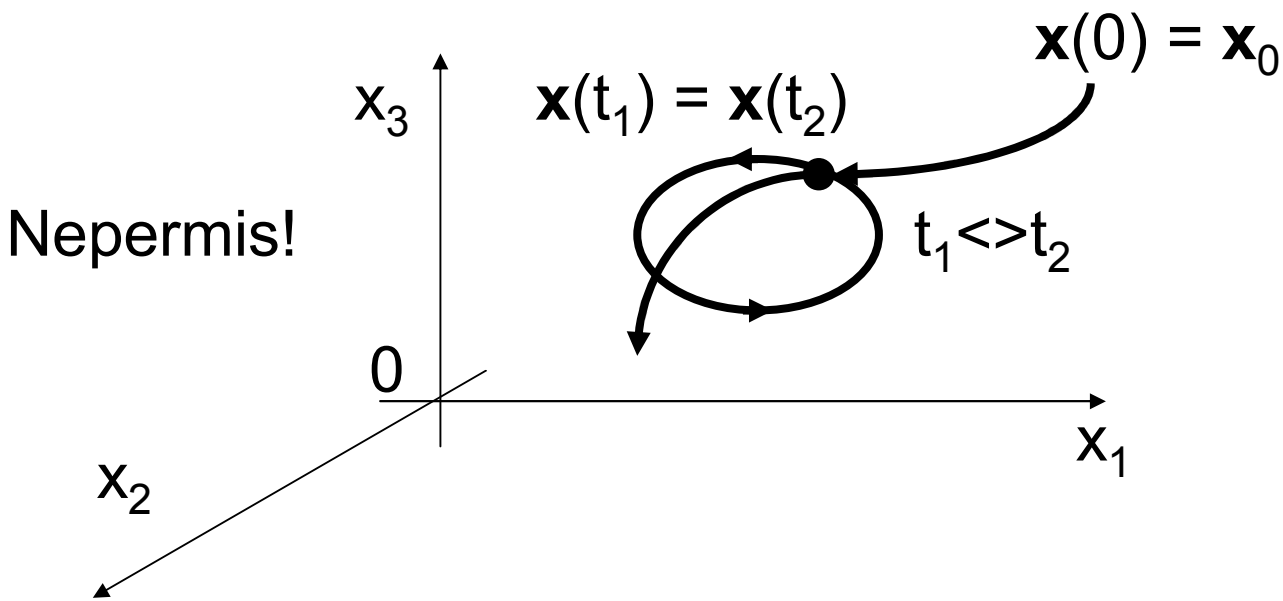
$$\frac{\omega_k}{\omega_m} \notin Q \quad \Rightarrow \quad \frac{T_m}{T_k} \notin Q$$

- Nu există un interval de timp finit care să fie simultan multiplu al perioadei T_m și al perioadei T_k, (o perioadă fundamentală).
- În spațiul stărilor, traiectoria acoperă în mod dens o *suprafață toroidală*.
- *Mulțimea limită* poartă denumirea generică de *tor* (*N - tor*).
- Dinamica este denumita si "*de tip toroidal*".

Teorema de ne-intersectie a traiectoriei

- **Teorema:** traiectoria evolutiei temporale a starii, **x**, unui sistem neliniar nu se poate intersecta transvers cu ea insasi.

$$\forall t_1 \neq t_2 : \mathbf{x}(t_1) \neq \mathbf{x}(t_2)$$

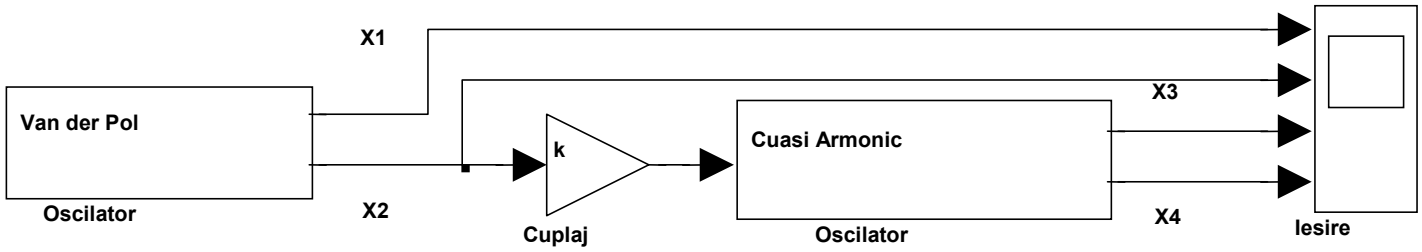


Limitari privind ordinele sistemelor analogice

- Pentru a evita autointersectia, sistemele neliniare analogice trebuie sa respecte conditiile:
  - Dinamica de tip constant ⇔ N>=1;
  - Dinamica periodica ⇔ N>1 (N>=1,5 .. 2);
  - Dinamica de tip cuasiperiodic ⇔ N>2 (N>=2,5 .. 3);
- Pentru sistemele in timp discret, nu exista astfel de limitari.

Cazul analogic: cuplajul oscilatoarelor

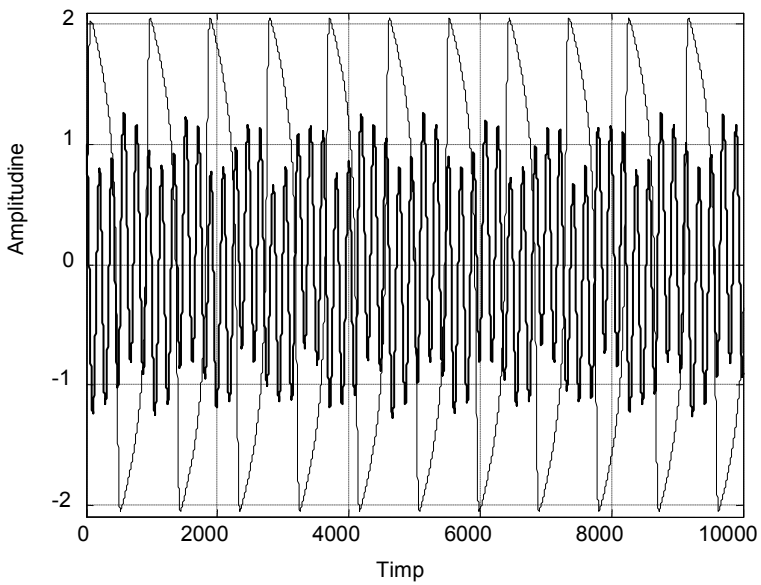
- Dinamica de tip cuasiperiodic *poate aparea* din *cuplajul neliniar* a doua *oscilatii periodice*
- La cuplarea unui oscilator Van der Pol, cu unul cuasi-armonic, dupa schema bloc:

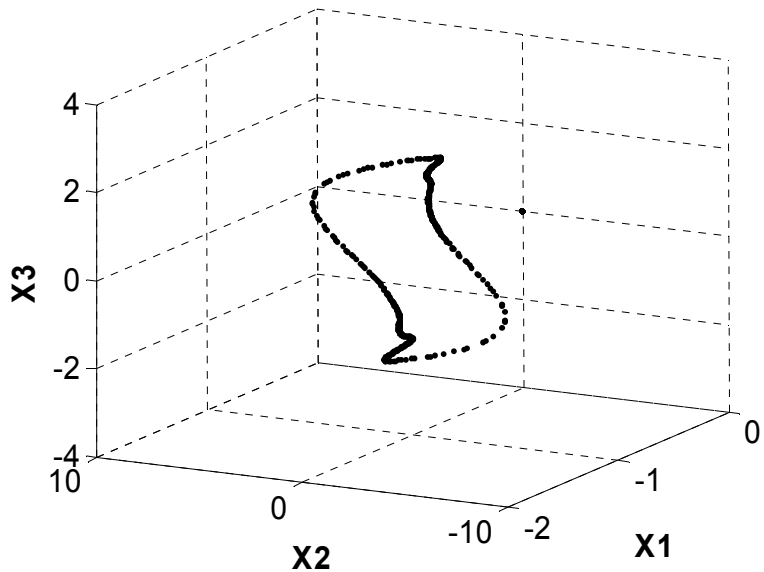


- Rezulta ecuatii de stare in functie de cuplaj.

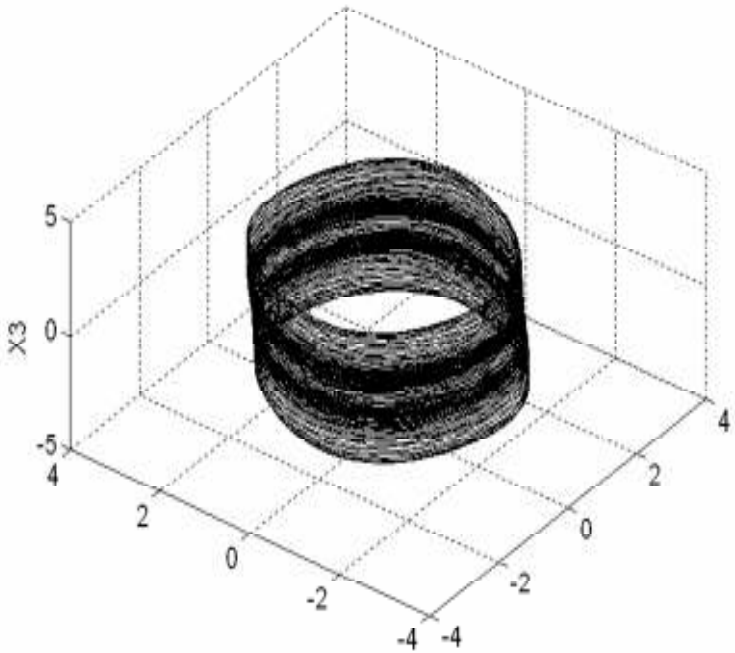
Cuplaj direct

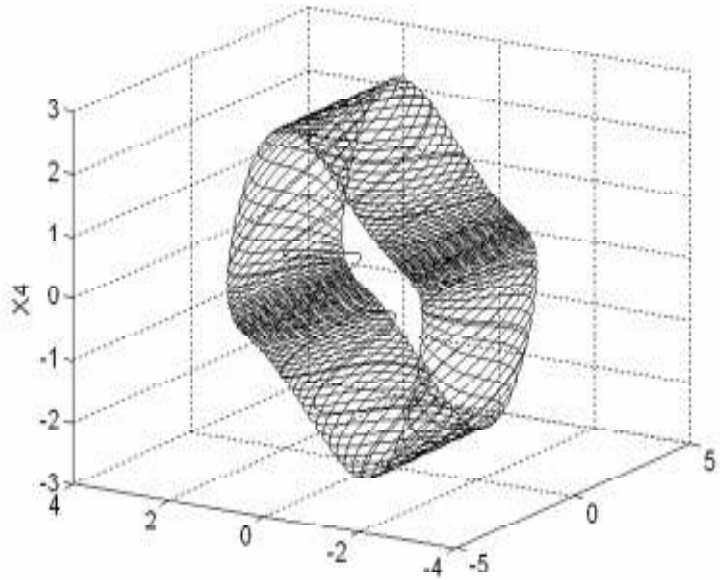
$$\begin{cases} x_1' = \omega_1 \cdot x_2 + a_1 \cdot x_1 \cdot \left(1 - x_2^{\,2}\right) \\ x_2' = -\omega_1 \cdot x_1 \\ x_3' = \omega_2 \cdot x_4 + a_2 \cdot x_3 \cdot \left(1 - x_3^{\,2} - x_4^{\,2}\right) + k \cdot x_1 \\ x_4' = -\omega_2 \cdot x_3 \end{cases}$$





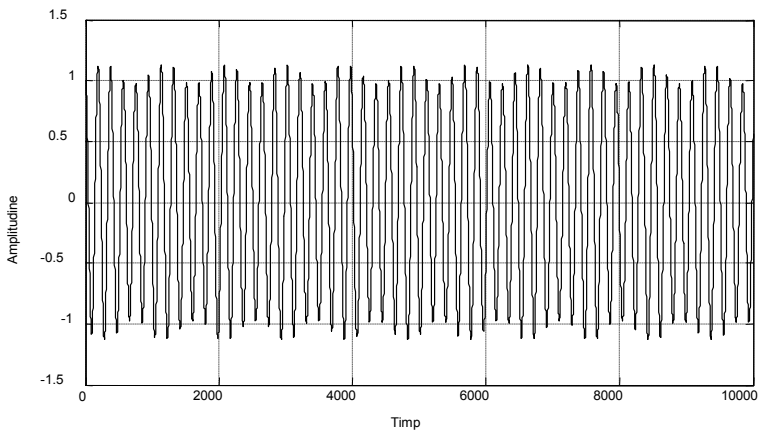
Grafic 3D

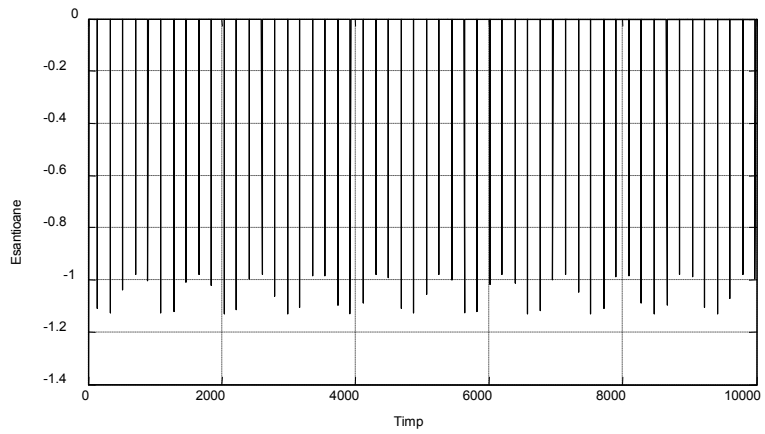




Modulatie de amplitudine

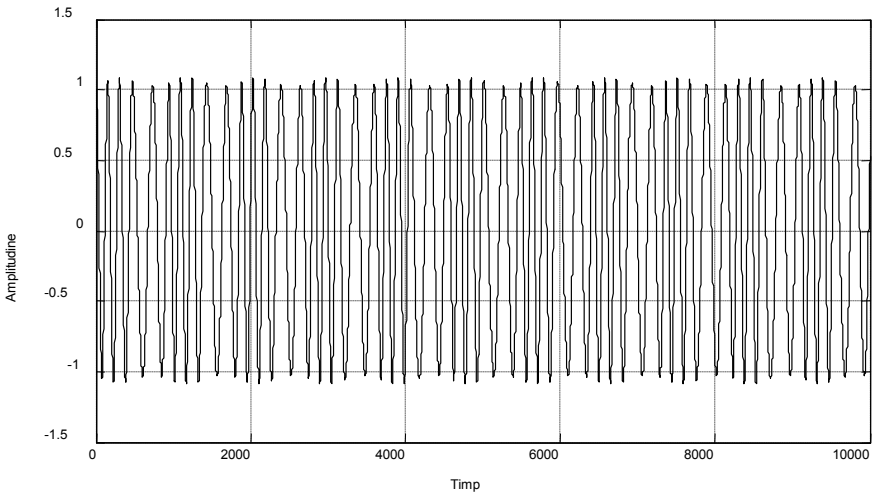
$$\begin{cases} x_1' = \omega_1 \cdot x_2 + a_1 \cdot x_1 \cdot \left(1 - x_2^{\,2}\right) \\ x_2' = -\omega_1 \cdot x_1 \\ x_3' = \omega_2 \cdot x_4 + a_2 \cdot x_3 \cdot \left(1 + k \cdot x_1 - x_3^{\,2} - x_4^{\,2}\right) \\ x_4' = -\omega_2 \cdot x_3 \end{cases}$$

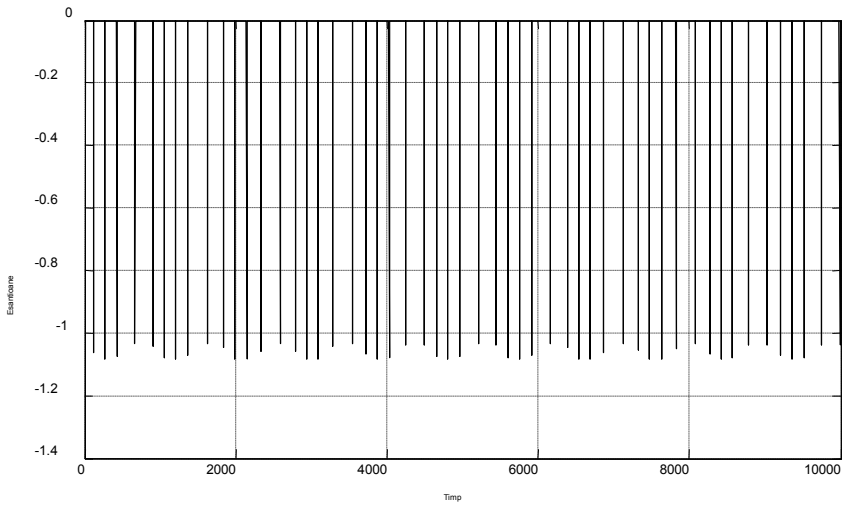




Modulatie de frecventa

$$\begin{cases} x_1' = \omega_1 \cdot x_2 + a_1 \cdot x_1 \cdot \left(1 - x_2^{\ 2}\right) \\ x_2' = -\omega_1 \cdot x_1 \\ x_3' = \left(\omega_2 + k \cdot x_1\right) \cdot x_4 + a_2 \cdot x_3 \cdot \left(1 - x_3^{\ 2} - x_4^{\ 2}\right) \\ x_4' = -\left(\omega_2 + k \cdot x_1\right) \cdot x_3 \end{cases}$$

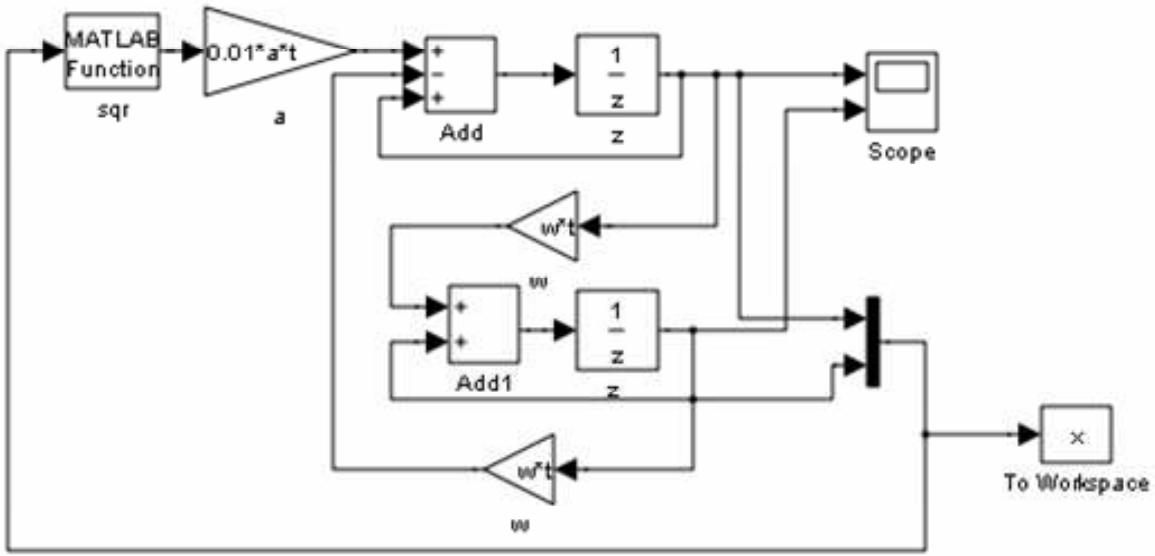




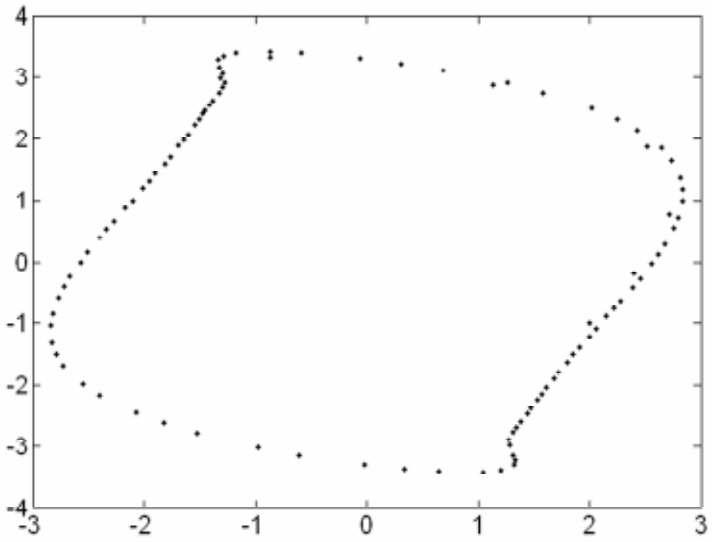
Cazul discret

- Sistemele discrete sunt totdeauna ne-autonome datorita intrarii de tact.
- Dinamica unui sistem discret autonom oscilant depinde de raportul intre frecventa de oscilatie si cea de tact:
    - Daca raportul e nr rational, oscilatia este periodica
    - Daca raportul e nr irational, oscilatia este cuasiperiodica

Echivalent discret al osc. Van der Pol

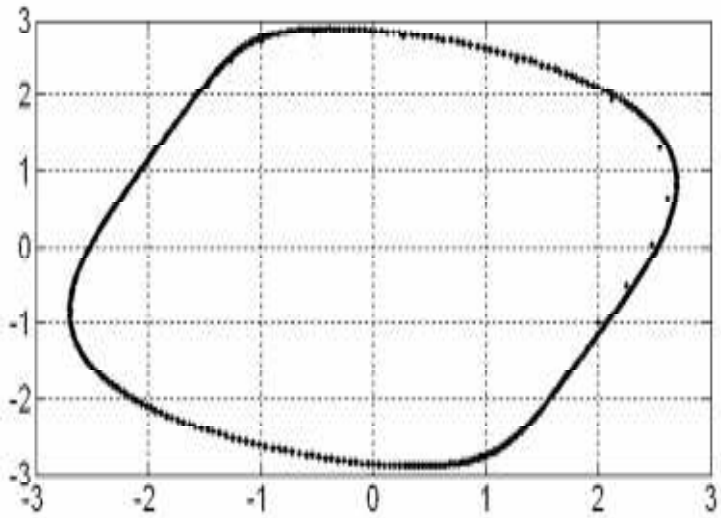


Comparatie intre dinamica periodica si cea cuasiperiodica



$\omega_0 * t_{clk} = 100$

$\omega_0 * t_{clk} = 100 * \pi$



Bibliografie

- Suport de curs: \Lab_Files\6TMPS_CNPS\Suport_Curs\
  - www.scs.etc.tuiasi.ro/
- Suport de laborator: \Lab_Files\6TMPS_CNPS\Suport_Laborator
  - www.scs.etc.tuiasi.ro/
- *I. Ciocoiu, V. Grigoras; "Tehnici moderne de procesare a semnalelor"*

Ed. Cermi 2005 (cap. 4 si 5):

- \Lab_Files\6TMPS_CNPS\Tehnici moderne de procesare a semnalelor
- *T. S. Parker, L. O. Chua; "Chaotic Dynamics Algorithms" 1989:*
  - \Lab_Files\6TMPS_CNPS\Chaotic Dynamics Algorithms - Parker & Chua
- *H. G. Schuster; "Deterministic Chaos" 1984*
- *J. Guckenheimer, P. Holmes; "Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields" Springer-Verlag 1983*