Technical University
of Iasi, Romania

Faculty of Electronics and
Telecommunications

Signals, Circuits and
Systems laboratory

Circuite neliniare pentru prelucrarea semnalelor

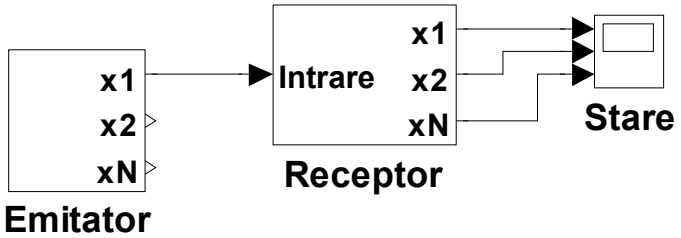
Sincronizarea neliniara

Cuprins

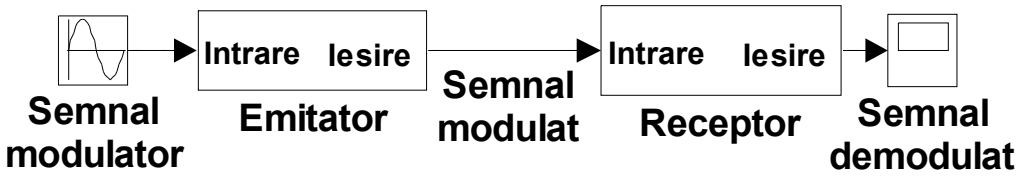
- Definitia sincronizarii neliniare: interpretare
- Conditie necesara de sincronizare
- Metode de sincronizare neliniara:
  - metoda partiționării sistemului emițător
  - metoda sistemului invers
  - metoda controlului în buclă închisă
- Aplicatii:
  - Comunicatii de banda larga bazate pe sincronizarea neliniara (haotica)
  - Identificarea parametrilor unui sistem neliniar
- Studii de caz:
  - Oscilatorul Colpitts
  - Sistem discret aditiv

Principiul sincronizarii neliniare

- Pașii de parcurs in proiectarea sistemelor de comunicatii de banda larga:
  - ***Sincronizare neliniară:*** dezvoltarea unui canal de comunicații bazat sincronizarea pe o purtătoare generata de un sistem neliniar;



  - ***Modulație neliniară:*** alegerea unei metode eficiente de grefare a semnalului util (modulator) pe purtătoarea de bandă largă.



Notatii si elemente de calcul

– Sincronizare | Modulatie

- Emitator:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_E'(t) = f_E(\mathbf{x}_E(t)) \\ y(t) = g_E(\mathbf{x}_E(t)) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{x}_E'(t) = f_E(\mathbf{x}_E(t), m(t)) \\ y(t) = g_E(\mathbf{x}_E(t)) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{x}_E[k+1] = f_E(\mathbf{x}_E[k]) \\ y[k] = g_E(\mathbf{x}_E[k]) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{x}_E[k+1] = f_E(\mathbf{x}_E[k], m[k]) \\ y[k] = g_E(\mathbf{x}_E[k]) \end{cases}$$

- Receptor:

$$\{\mathbf{x}_R'(t) = f_R(\mathbf{x}_R(t), y(t))$$

$$\begin{cases} \mathbf{x}_R'(t) = f_R(\mathbf{x}_R(t), y(t)) \\ \tilde{m}(t) = g_R(\mathbf{x}_R(t), y(t)) \end{cases}$$

$$\{\mathbf{x}_R[k+1] = f_R(\mathbf{x}_R[k], y[k])$$

$$\begin{cases} \mathbf{x}_R[k+1] = f_R(\mathbf{x}_R[k], y[k]) \\ \tilde{m}[k] = g_R(\mathbf{x}_R[k], y[k]) \end{cases}$$

Definitia sincronizarii pentru sisteme analogice

- Sistemul analogic format din conexiunea sistemului emitator cu cel receptor este descris de ecuatiile de stare:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_E'(t) = f_E\left(\mathbf{x}_E(t)\right) \\ y(t) = g_E\left(\mathbf{x}_E(t)\right) \\ \mathbf{x}_R'(t) = f_R\left(\mathbf{x}_R(t), y(t)\right) \end{cases}$$

- Spunem că receptorul analogic, *R*, se sincronizează cu emițătorul, *E*, în sens strict, dacă:

$$\forall \mathbf{x}_E(0), \mathbf{x}_R(0) \in \Re^{\mathrm{N}} \quad \lim_{t\to\infty} \left\| \mathbf{x}_E(t) - \mathbf{x}_R(t) \right\| = 0$$

- Unde:

$$\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} x_n^2}$$

Definitia sincronizarii pentru sisteme discrete

- Sistemul discret format din conexiunea sistemului emitator cu cel receptor este descris de ecuatiile de stare:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_E[k+1] = f_E(\mathbf{x}_E[k]) \\ y[k] = g_E(\mathbf{x}_E[k]) \\ \mathbf{x}_R[k+1] = f_R(\mathbf{x}_R[k], y[k]) \end{cases}$$

- Spunem că receptorul discret, *R*, se sincronizează cu emițătorul, *E*, în sens strict, dacă:

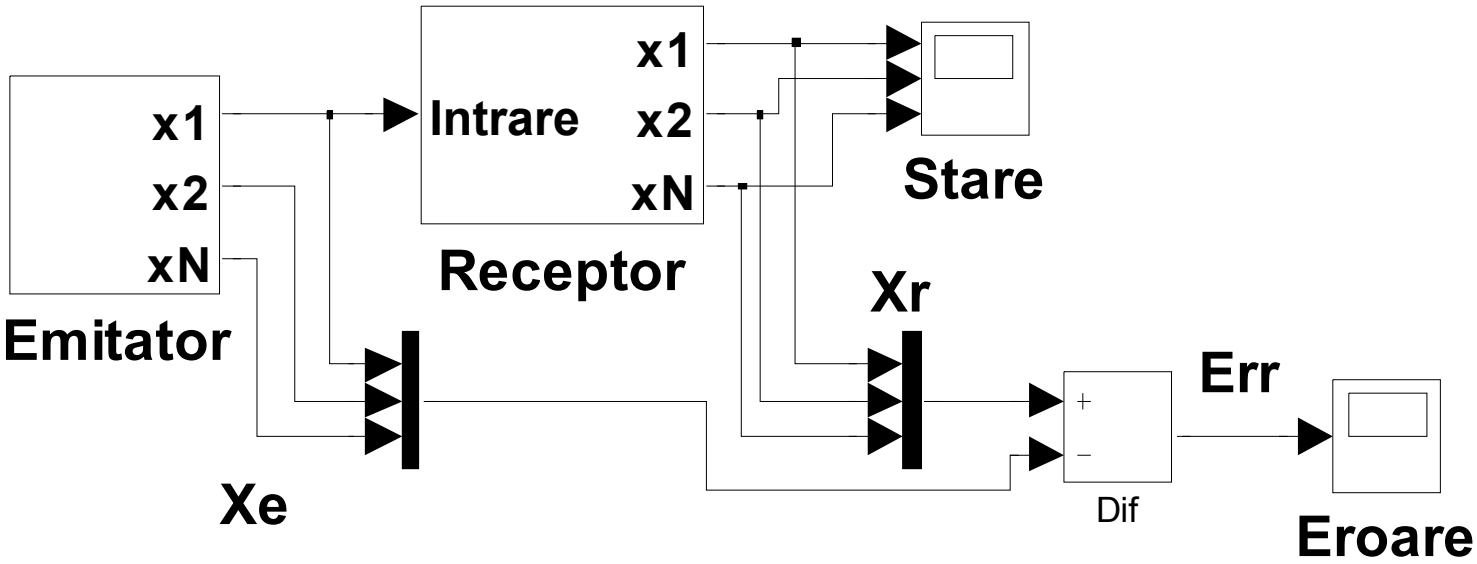
$$\forall \mathbf{x}_E[0], \mathbf{x}_R[0] \in \Re^{\mathrm{N}} \quad \lim_{k\to\infty} \left\| \mathbf{x}_E[\mathrm{k}] - \mathbf{x}_R[\mathrm{k}] \right\| = 0$$

- Unde:

$$\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} x_n^2}$$

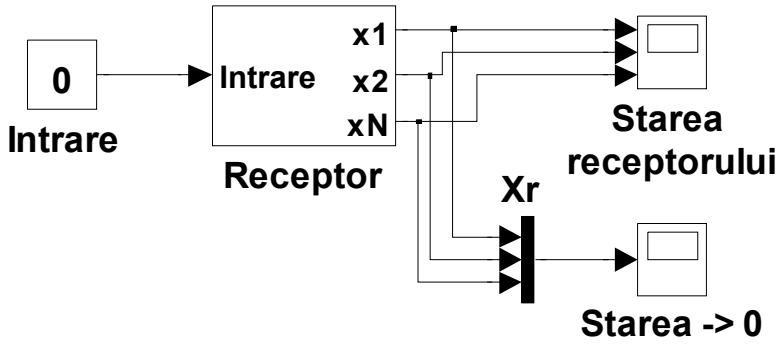
Schema bloc de sincronizare

- Se emite numai o variabila de stare
- Receptorul reface *N*-1 variabile de stare ale emitatorului
- Eroarea este un vector *N*-dimensional



Conditie necesara de sincronizare

- O condiție *necesară, dar nu și suficientă*, pentru ca un sistem receptor să se poată sincroniza cu un emitător dat, este:
- **Teoremă**: pentru a se putea sincroniza cu un emițător dat, sistemul receptor, autonom, trebuie să manifeste o comportare dinamică de tip constant, global asimptotic stabilă.



Metode de sincronizare

- Există mai multe metode de proiectare a unui sistem receptor care să se sincronizeze cu un emițător dat:
  - metoda partiționării sistemului emițător
  - metoda controlului în buclă închisă
  - metoda sistemului invers
- precum și alte variante, reprezentând variații sau combinații ale celor de mai sus

Metoda partiționării sistemului emițător

- Se partitioneaza sistemul emitator:

$$\begin{cases} x_1'(t) = f_1\left(x_1(t), \mathbf{x}_{N-1}(t)\right) \\ \mathbf{x}_{N-1}'(t) = \mathbf{f}_{N-1}(x_1(t), \mathbf{x}_{N-1}(t)) \end{cases}$$

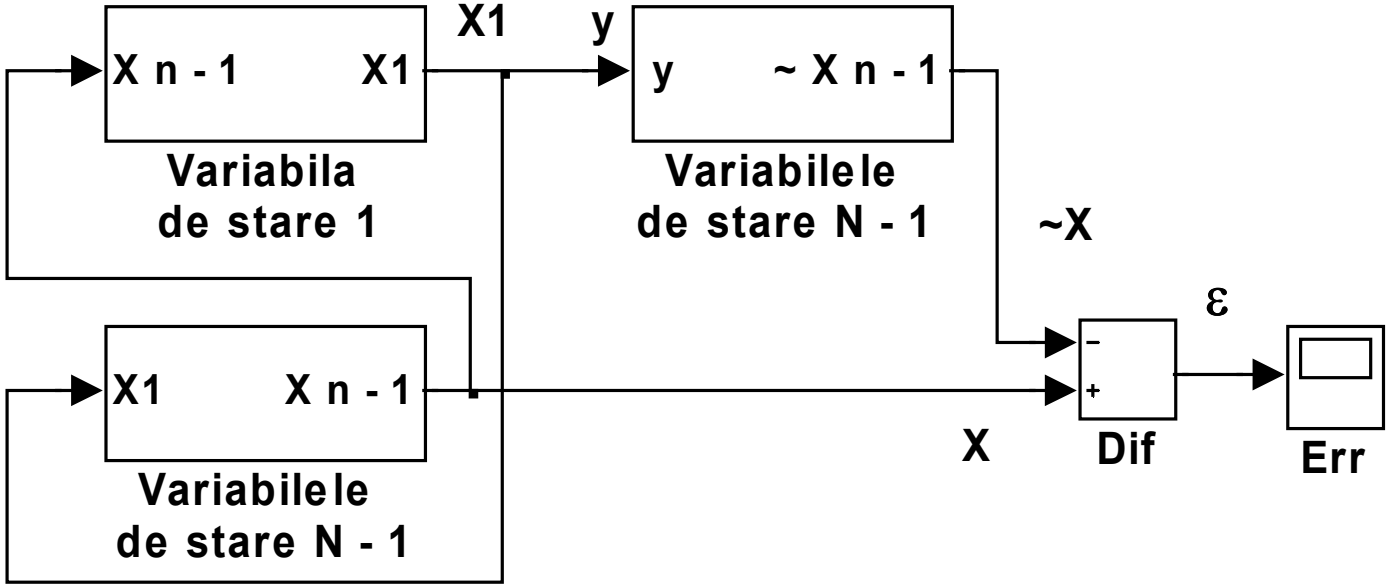
- Se transmite: $y(t) = x_1(t)$

- Se construieste receptorul: $\tilde{\mathbf{x}}_{N-1}'(t) = \mathbf{f}_{N-1}\left(\tilde{\mathbf{x}}_{N-1}(t), y(t)\right)$
- Pentru sisteme discrete:

$$\begin{cases} x_1[k+1] = f_1\left(x_1[k], \mathbf{x}_{N-1}[k]\right) \\ \mathbf{x}_{N-1}[k+1] = \mathbf{f}_{N-1}(x_1[k], \mathbf{x}_{N-1}[k]) \\ y[k] = x_1[k] \end{cases}$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_{N-1}[k+1] = \mathbf{f}_{N-1}\left(\tilde{\mathbf{x}}_{N-1}[k], y[k]\right)$$

Schema bloc; interpretare



Dinamica erorii

- Erorile de sincronizare sunt:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \mathbf{x}_{N-1}(t) - \widetilde{\mathbf{x}}_{N-1}(t) \qquad \boldsymbol{\varepsilon}[k] = \mathbf{x}_{N-1}[k] - \widetilde{\mathbf{x}}_{N-1}[k]$$

- Scazand ecuatiile de stare ale receptorului din cele ale emitatorului:

$$\begin{cases} 0 = f_1\left(x_1(t), \mathbf{x}_{N-1}(t)\right) - f_1\left(x_1(t), \widetilde{\mathbf{x}}_{N-1}(t)\right) \\ \boldsymbol{\varepsilon}'(t) = \mathbf{f}_{N-1}(x_1(t), \mathbf{x}_{N-1}(t)) - \mathbf{f}_{N-1}(x_1(t), \widetilde{\mathbf{x}}_{N-1}(t)) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = f_1\left(x_1[k], \mathbf{x}_{N-1}[k]\right) - f_1\left(x_1[k], \tilde{\mathbf{x}}_{N-1}[k]\right) \\ \boldsymbol{\varepsilon}[k+1] = \mathbf{f}_{N-1}(x_1[k], \mathbf{x}_{N-1}[k]) - \mathbf{f}_{N-1}(x_1[k], \tilde{\mathbf{x}}_{N-1}[k]) \end{cases}$$

- Sistemele modeland dinamica erorii trebuie sa aiba originea drept punct de echilibru sau fix și acesta este global asimptotic stabil

Dinamica erorii (cont.)

- Analiza dinamicii erorii se face pentru sistemul modeland eroarea de sincrornizare considerat ca fiind **autonom**
- Prima dintre ecuatiile precedente este algebrica si este indeplinita numai **asimptortic** (t -> inf. sau k -> inf.) si numai daca receptorul se **sincronizeaza** cu emitatorul
- Prin eliminarea primei ecuatii, se impune si conditia $x_1 = 0$

$$\left\{\boldsymbol{\varepsilon}'(t) = \mathbf{f}_{N-1}(\mathbf{x}_{N-1}(t)) - \mathbf{f}_{N-1}(\tilde{\mathbf{x}}_{N-1}(t))\right.$$

$$\left\{\boldsymbol{\varepsilon}[k+1] = \mathbf{f}_{N-1}(\mathbf{x}_{N-1}[k]) - \mathbf{f}_{N-1}(\tilde{\mathbf{x}}_{N-1}[k])\right.$$

- Se cauta prelucrarea analitica a functiilor neliniare de tranzitie a starilor ale sistemelor: emitator si receptor pentru a fi aduse la forma particulara

$$\left\{\boldsymbol{\varepsilon}'(t) = \mathbf{f}_{\varepsilon}(\mathbf{x}_{N-1}(t) - \tilde{\mathbf{x}}_{N-1}(t)) = \mathbf{f}_{\varepsilon}(\boldsymbol{\varepsilon}(t))\right.$$

$$\left\{\boldsymbol{\varepsilon}[k+1] = \mathbf{f}_{\varepsilon}(\mathbf{x}_{N-1}[k] - \tilde{\mathbf{x}}_{N-1}[k]) = \mathbf{f}_{\varepsilon}(\boldsymbol{\varepsilon}[k])\right.$$

- Se studiaza dinamica neliniara a sistemului de eroare

Dinamica erorii (cont.)

- In general, aceasta abordare nu poate fi finalizata analitic
- Prin restrangerea domeniului de analiza la nivelul **semnalelor mici** (pe o vecinatate **restransa**) in jurul punctului (**unic**) de echilibru sau fix din origine, se poate analiza dinamica prin **liniarizare locala**:

$$\left\{\boldsymbol{\varepsilon}'(t) = \mathbf{A}_{N-1} \cdot \mathbf{x}_{N-1}(t) - \mathbf{A}_{N-1} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_{N-1}(t) = \mathbf{A}_{N-1} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(t)\right.$$

$$\left\{\boldsymbol{\varepsilon}[k+1] = \mathbf{A}_{N-1} \cdot \mathbf{x}_{N-1}[k] - \mathbf{A}_{N-1} \cdot \tilde{\mathbf{x}}_{N-1}[k] = \mathbf{A}_{N-1} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}[k]\right.$$

- Calculandu-se valorile proprii ale matricei de tranzitie a starii sistemului liniarizat

$$\mathbf{A}_{N-1} = \frac{\partial \mathbf{f}_{N-1}}{\partial \mathbf{x}}(0); \quad \{\lambda_n\}\ n = 1 \ldots N-1$$

- Si studierea pozitiei acestora, fata de axa imaginara (cazul analogic) sau cercul unitate (discret) in functie de parametrii sistemului neliniar

Metoda controlului în buclă închisă

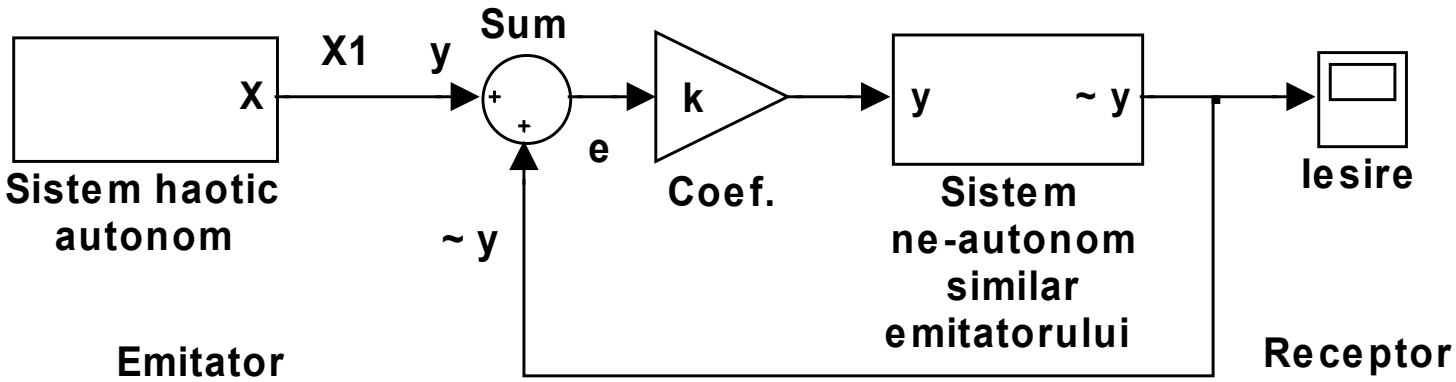
- Dacă sistemul emițător este descris de ecuațiile:

$$\begin{cases} \mathbf{x}'(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) \\ y(t) = g(\mathbf{x}(t)) \end{cases}$$

- Se caută construcția ecuațiilor receptorului:

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{x}}'(t) = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}(t)) + \mathbf{k} \cdot \left(y(t) - g(\tilde{\mathbf{x}}(t)) \right) \\ \tilde{y}(t) = g(\tilde{\mathbf{x}}(t)) \\ \varepsilon_y(t) = y(t) - \tilde{y}(t) \end{cases}$$

Schema de control



Proiectarea receptorului revine la *calculul coeficientului vectorial*, **k**, în așa fel încât *sistemul cu reacție* să rezulte ***global asimptotic stabil***, iar *eroarea de sincronizare*, reflectată la intrarea receptorului, $e(t)$, să ***tindă la zero***

Dinamica erorii

- Eroarea de sincronizare, după stare:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}'(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) - \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}(t)) - \mathbf{k} \cdot \left(y(t) - \tilde{y}(t)\right) \\ \tilde{y}(t) = g(\tilde{\mathbf{x}}(t)) \end{cases}$$

- Daca iesirea depinde liniar de stare:

$$y(t) = \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x}(t)$$

- *Dinamica erorii* va fi data de sistemul:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}'(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) - \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}(t)) - \mathbf{k} \cdot \mathbf{c}^T \cdot \left(\mathbf{x}(t) - \tilde{\mathbf{x}}(t)\right) \\ \tilde{y}(t) = \mathbf{c}^T \cdot \tilde{\mathbf{x}}(t) \end{cases}$$

- Care trebuie sa aiba un *unic punct de echilibru*, în originea spațiului stărilor, *global asimptotic stabil*

$$\mathbf{K} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{c}^T$$

Cazul sistemelor discrete

- Ecuațiile emițătorului:

$$\begin{cases} \mathbf{x}[k+1] = \mathbf{f}(\mathbf{x}[k]) \\ y[k] = g(\mathbf{x}[k]) \overset{part}{=} \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x}[k] \end{cases}$$

- Ecuațiile receptorului:

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{x}}[k+1] = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}[k]) + \mathbf{k} \cdot \left(y[k] - g(\tilde{\mathbf{x}}[k])\right) \overset{part}{=} \\ \qquad \overset{part}{=} \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}[k]) + \mathbf{k} \cdot \mathbf{c}^T \cdot \left(\mathbf{x}[k] - \tilde{\mathbf{x}}[k]\right) \end{cases}$$

- Eroarea de sincronizare evoluează după ecuațiile sistemului dinamic

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}[k+1] = \mathbf{f}(\mathbf{x}[k]) - \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}[k]) - \mathbf{k} \cdot \left(y[k] - g\left(\tilde{\mathbf{x}}[k]\right)\right) \overset{part}{=} \\ \qquad \overset{part}{=} \mathbf{f}(\mathbf{x}[k]) - \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}[k]) - \mathbf{k} \cdot \mathbf{c}^T \cdot \left(\mathbf{x}[k] - \tilde{\mathbf{x}}[k]\right) \end{cases}$$

Dinamica erorii (cont.)

- Si in aceasta situatie, studiul general nu poate fi finalizat analitic
- Prin liniarizare locala:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}'(t) = \mathbf{A}\cdot(\mathbf{x}(t)-\tilde{\mathbf{x}}(t)) - \mathbf{K}\cdot\left(\mathbf{x}(t)-\tilde{\mathbf{x}}(t)\right) = \mathbf{A}_{\varepsilon}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}(t) \\ \mathbf{A}_{\varepsilon} = \mathbf{A}-\mathbf{K} = \mathbf{A}-\mathbf{k}\cdot\mathbf{c}^{T} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}[k+1] = \mathbf{A}\cdot(\mathbf{x}[k]-\tilde{\mathbf{x}}[k]) - \mathbf{K}\cdot\left(\mathbf{x}[k]-\tilde{\mathbf{x}}[k]\right) = \mathbf{A}_{\varepsilon}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}[k] \\ \mathbf{A}_{\varepsilon} = \mathbf{A}-\mathbf{K} = \mathbf{A}-\mathbf{k}\cdot\mathbf{c}^{T} \end{cases}$$

- unde matricea **A** corespunde sistemului emitator:

$$\mathbf{A} = \frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{x}}(0); \quad \{\lambda_n\}\ n = 1\ldots N-1$$

- dar valorile proprii, λ_n, corespund receptorului, cu matricea $\mathbf{A}_{\varepsilon}$

Metoda sistemului invers

- Este mai greu formalizabilă
- Sistemul invers are același ordin cu emițătorul, *N*
- Nu se transmite obligatoriu o variabilă de stare,
- Este posibilă transmiterea unei *funcții, eventual neliniară*, uneori de o variabilă de stare, alteori de mai multe variabile de stare
- Metoda pornește de la modelul liniar, oferit de principiul egalizării liniare:

$$H^{-1}(s) = \frac{1}{H(s)} \qquad H^{-1}(z) = \frac{1}{H(z)}$$

- Generalizarea acestei metode, la situația sistemelor neliniare, nu se poate realiza nici ea în cazul general

Sisteme Lure

- Sistemele Lure constau dintr-o *buclă de reacție* cuprinzând un *sistem dinamic liniar și invariant în timp* și o *funcție algebrică neliniară*

$$\begin{cases} \mathbf{x}'(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{b} \cdot f\big(y(t)\big) \\ y(t) = \mathbf{c}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{x}(t) \end{cases}$$

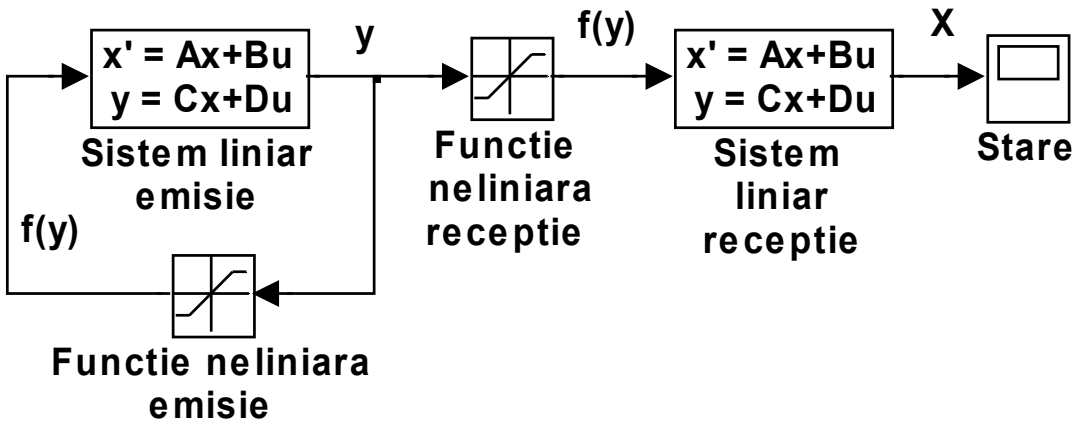
- Sistemul receptor este dat de ecuatiile:

$$\{\tilde{\mathbf{x}}'(t) = \mathbf{A} \cdot \tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{b} \cdot f\big(y(t)\big)$$

- Iar dinamica erorii este asigurata de:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}'(t) = \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(t)$$

Schema sistemului invers Lure



- Dacă s-a pornit proiectarea cu un **sistem liniar şi invariant stabil**, în structura emiţătorului, atunci matricea sa de tranziţie a stărilor are valori proprii cu parte reală negativă, implicit **dinamica erorii** de sincronizare este **stabilă**, demonstrând **sincronizarea** sistemului invers cu emiţătorul Lure
- **Instabilitatea** sistemului autonom emitator trebuie asigurata de **functia neliniara** care inchide bucla de reactie

Cazul sistemelor discrete

- Sistemele Lure constau dintr-o *buclă de reacție* cuprinzând un *sistem dinamic liniar și invariant în timp* și o *funcție algebrică neliniară*

$$\begin{cases} \mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}[k] + \mathbf{b} \cdot f\left(y[k]\right) \\ y[k] = \mathbf{c}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}[k] \end{cases}$$

- Sistemul receptor este dat de ecuatiile:

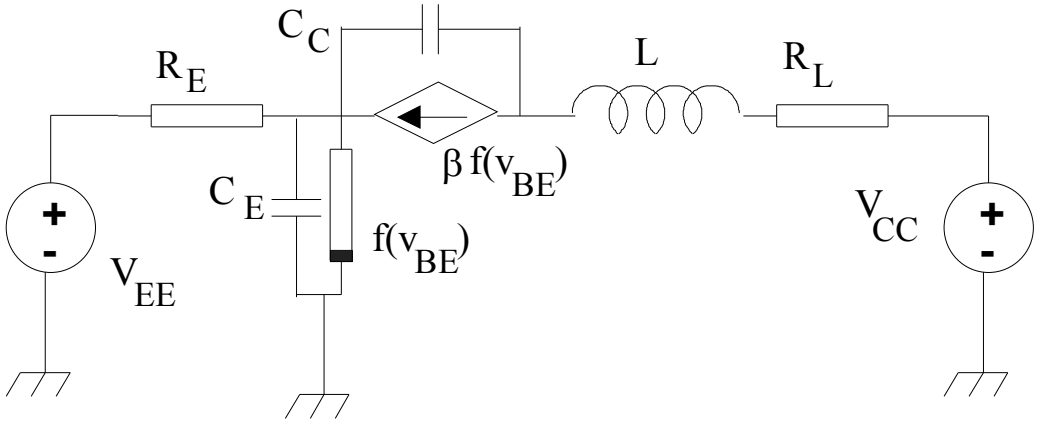
$$\left\{\tilde{\mathbf{x}}[k+1] = \mathbf{A} \cdot \tilde{\mathbf{x}}[k] + \mathbf{b} \cdot f\left(y[k]\right)\right.$$

- Iar dinamica erorii este asigurata de:

$$\left\{\boldsymbol{\varepsilon}[k+1] = \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}[k]\right.$$

Oscilatorul Colpitts

- Schema echivalentă a oscilatorului Colpitts:



- Rezultand ecuatiile de stare:

$$\begin{cases} L \cdot i_L' = V_{CC} - R_L \cdot i_L + v_{BE} - v_{CE} \\ C_E \cdot v_{BE}' = -i_L - G_E \cdot v_{BE} - f(v_{BE}) - G_E \cdot V_{EE} \\ C_C \cdot v_{CE}' = i_L - \beta \cdot f(v_{BE}) \end{cases}$$

Dinamica oscilatorului Colpitts

- Normalizand valorile componentelor după valorile pulsației și rezistenței:

$$\omega_0 = 1\Big/\sqrt{L \cdot C_C \parallel C_E}\,; \quad C_C \parallel C_E = \frac{C_C \cdot C_E}{C_C + C_E}; \quad r_0 = R_L$$

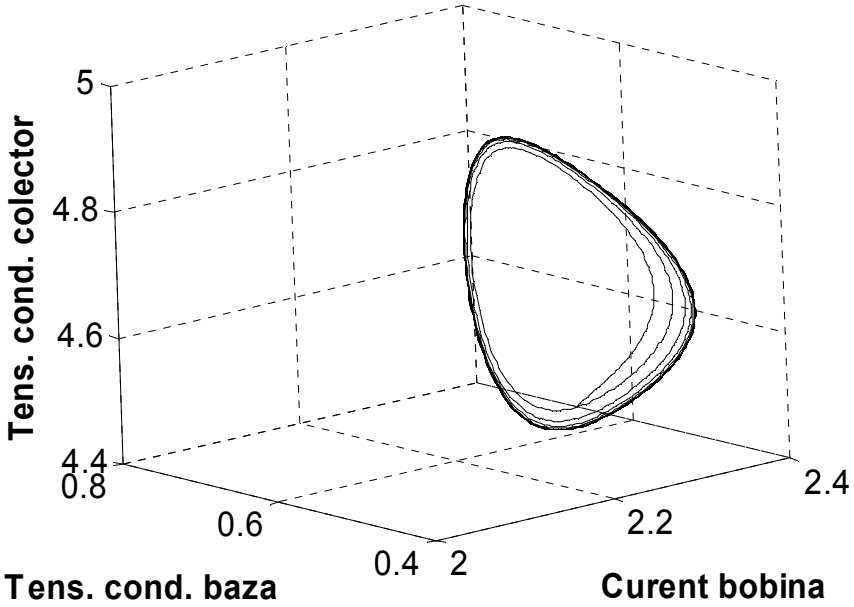
- Si facand notatiile:

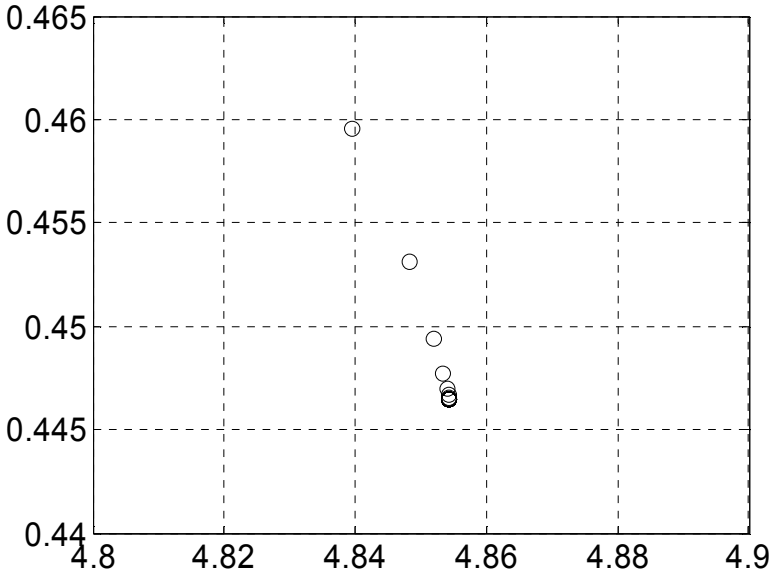
$$Q = \frac{\omega_0 \cdot L}{R}; k = \frac{C_E}{C_C + C_E}; \alpha = 1 - \frac{1}{\beta}; \rho = \frac{V_T}{I_0 \cdot R_L}$$

- Putem modifica tipul de dinamica acționând asupra raportului capacitiv de divizare, *k*

Dinamica periodica simpla

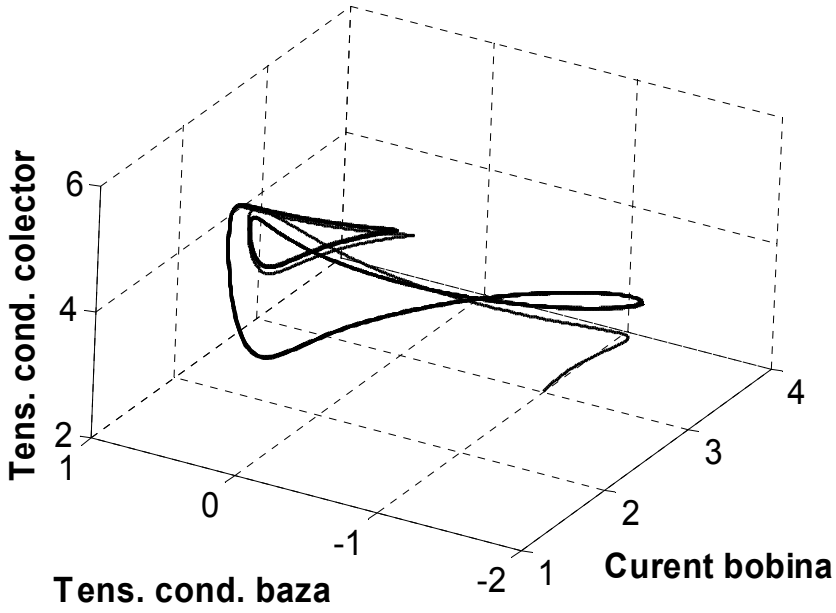
- pentru $k = 0{,}1$

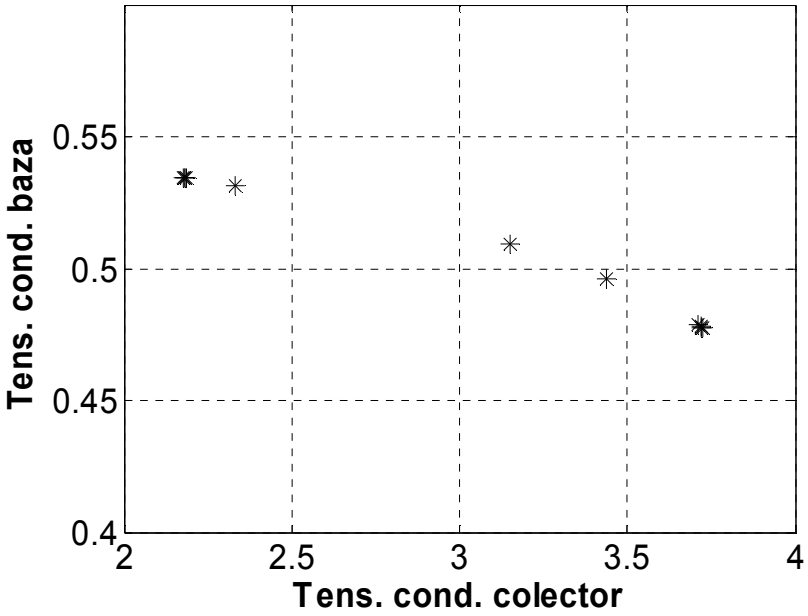




Dublarea perioadei

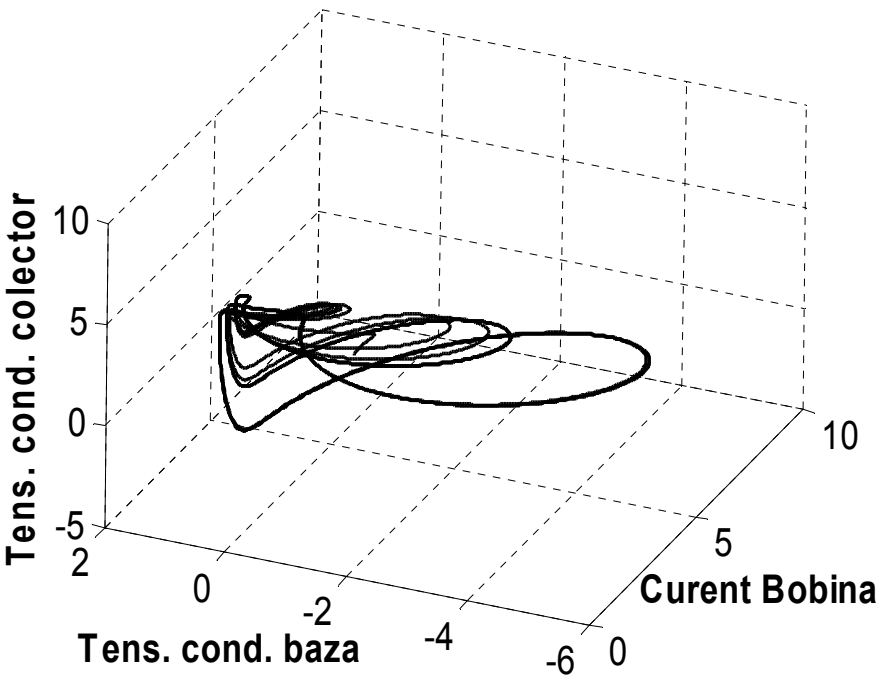
- Crescând valoarea factorului de divizare la k = 0,23

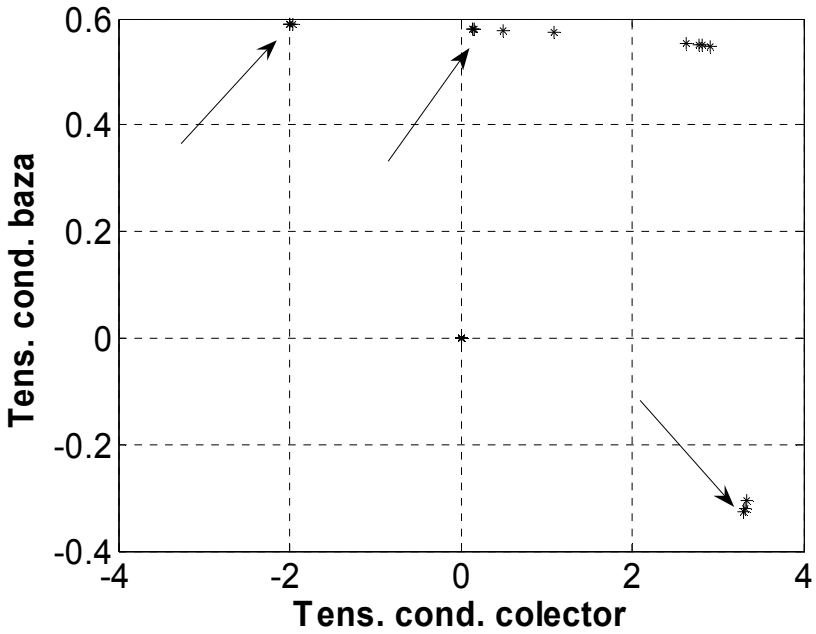




Triplarea perioadei

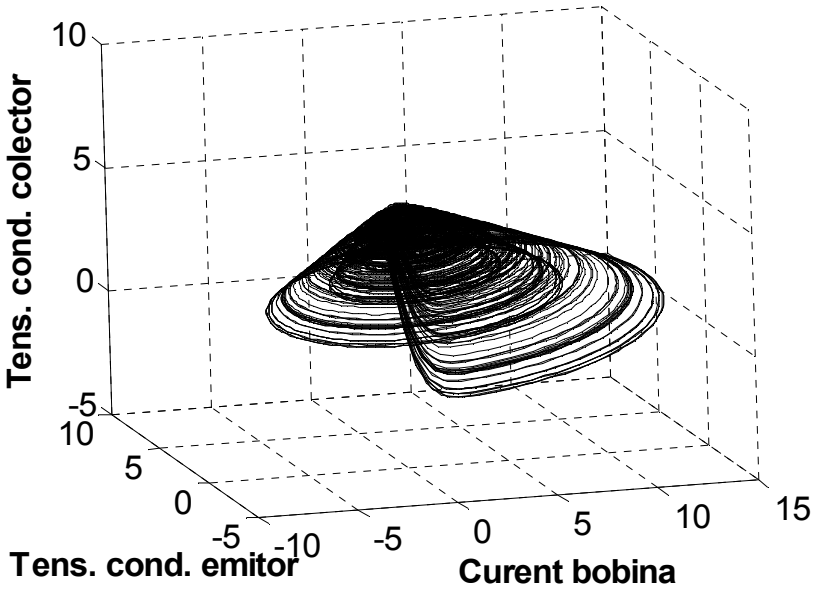
- triplarea perioadei, pentru factorul de divizare, k = 0,31

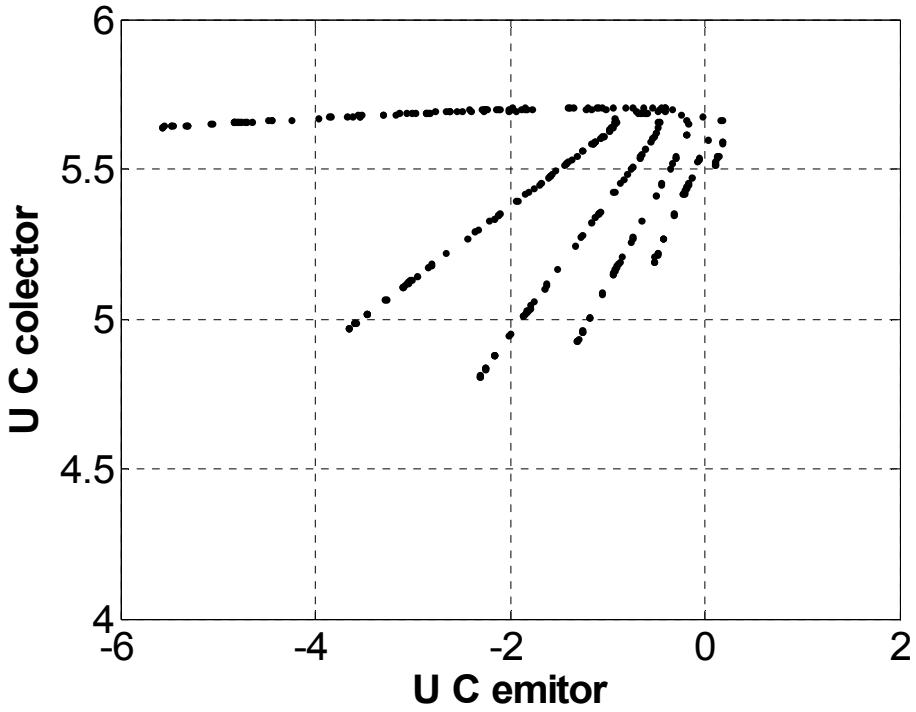




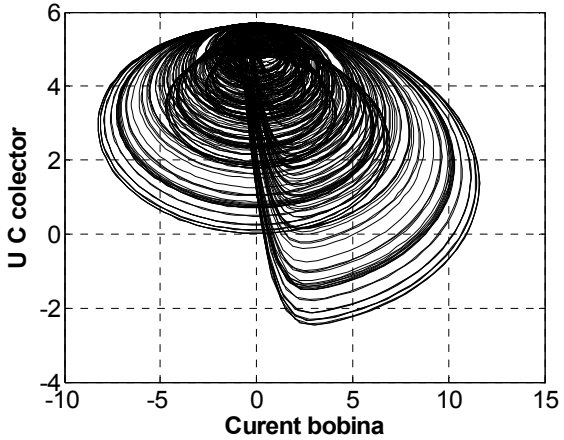
Dinamica haotica

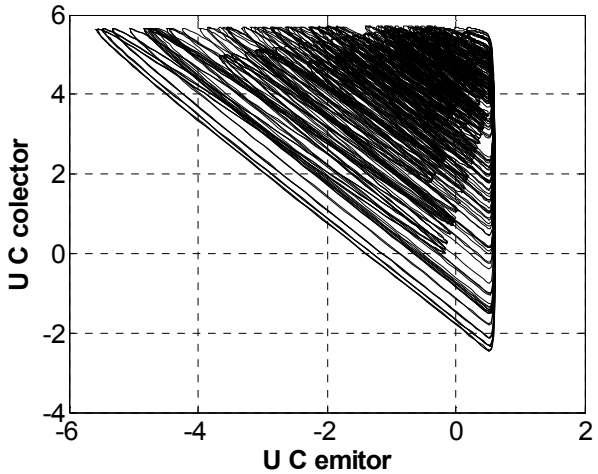
- Comportare hoatică prin creșterea factorului de divizare, k = 0,5

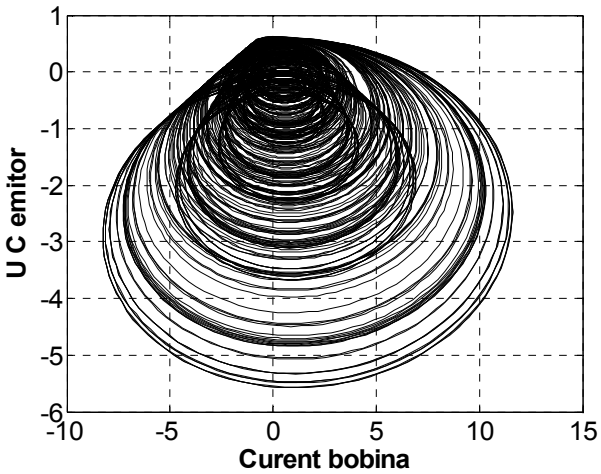


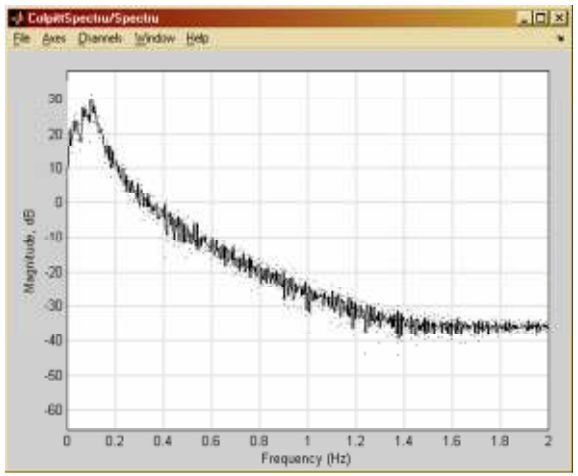


Variabilele de stare









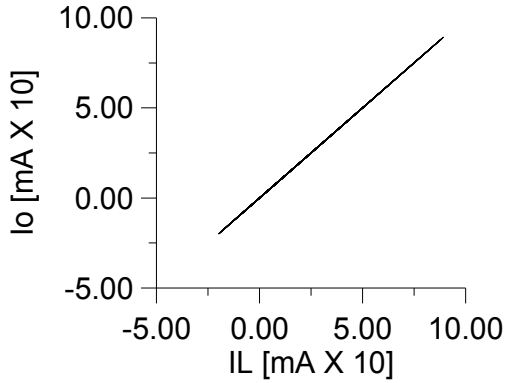
Sincronizarea haotică cu oscilatorul Colpitts

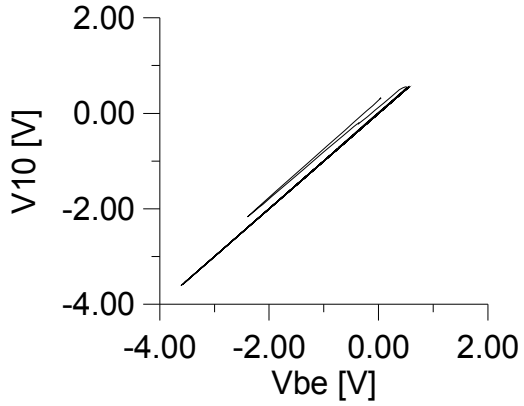
- Alegem semnalul haotic transmis de forma:

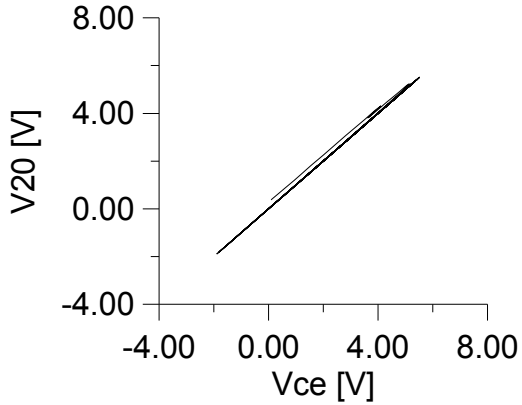
$$y(t) = v_{CE} - v_{BE}$$

- Aplicând metoda sistemului invers:

$$\begin{cases} L \cdot i_0' = -R_L \cdot i_0 + V_{CC} - y(t) \\ C_E \cdot v_{10}' = -i_0 - G_E \cdot v_{10} - f(v_{10}) - G_E \cdot V_{EE} \\ v_{20} = y(t) + v_{10} \end{cases}$$

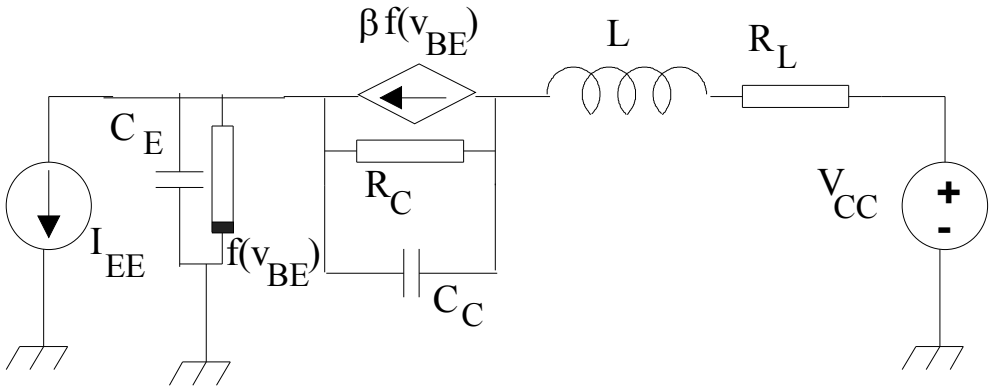






Oscilatorul Colpitts modificat

- Schema echivalentă a oscilatorului Colpitts modificat:



- Rezultand ecuatiile de stare:

$$\begin{cases} L \cdot i_L' = V_{CC} - R_L \cdot i_L + v_{BE} - v_{CE} \\ C_E \cdot v_{BE}' = -i_L - f(v_{BE}) + I_{EE} \\ C_C \cdot v_{CE}' = i_L - \beta \cdot f(v_{BE}) - G_C \cdot v_{CE} \end{cases}$$

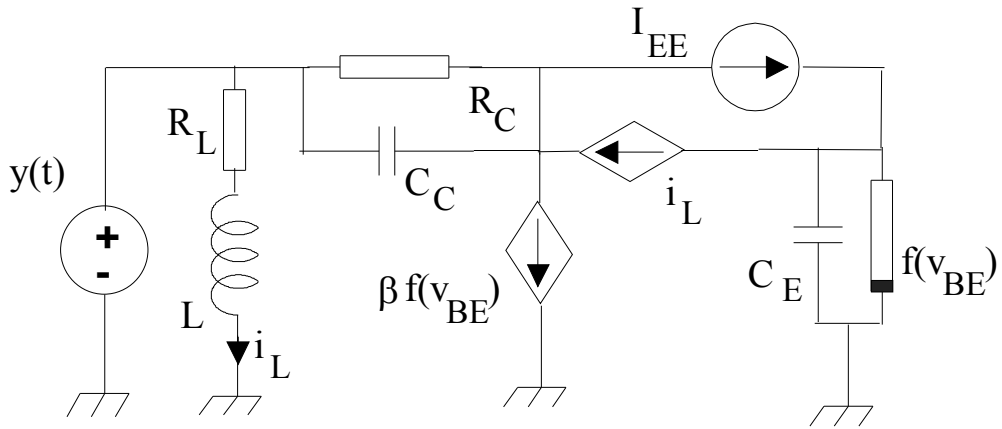
Sincronizare cu oscilatorul modificat

- Construim semnalul de ieșire din emițător evidențiind adoptarea mascării haotice pentru metoda de modulație:

$$y(t) = v_{CE} - v_{BE} - V_{CC} + m(t)$$

- Putem construi sistemul invers pentru recepție

$$\begin{cases} L \cdot i_0' = -R_L \cdot i_0 - y(t) \\ C_E \cdot v_{10}' = -i_0 - f(v_{10}) + I_{EE} \\ C_C \cdot v'_{20} = i_0 - \beta \cdot f(v_{10}) - G_C \cdot V_{20} \end{cases}$$



Dinamica erorii

- Vectorul erorii dupa stare:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_B \\ \varepsilon_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_0 - i_L \\ v_{10} - v_{BE} \\ v_{20} - v_{CE} \end{bmatrix}$$

- Ecuațiile de stare ale erorii:

$$\begin{cases} L \cdot \varepsilon_L' = -R_L \cdot \varepsilon_L \\ C_E \cdot \varepsilon_B' = -\varepsilon_L - I_S\left(e^{v_{10}/V_T} - e^{v_{BE}/V_T}\right) \\ C_C \cdot \varepsilon_C' = \varepsilon_L - \beta \cdot I_S\left(e^{v_{10}/V_T} - e^{v_{BE}/V_T}\right) - G_C \cdot \varepsilon_C \end{cases}$$

- Din anularea derivatelor erorii, rezultă un unic punct de echilibru, în originea spatiului tridimensional al vectorului de eroare, **e** = 0. Studiul atractivității acestuia poate fi realizat analitic numai prin liniarizare locală:

$$\begin{cases} L \cdot \varepsilon_{Ll}' = -R_L \cdot \varepsilon_{Ll} \\ C_E \cdot \varepsilon_{Bl}' = -\varepsilon_{Ll} - \dfrac{I_S}{V_T} \cdot \varepsilon_{Bl} \\ C_C \cdot \varepsilon_{Cl}' = \varepsilon_{Ll} - \beta \cdot \dfrac{I_S}{V_T} \cdot \varepsilon_{Bl} - G_C \cdot \varepsilon_{Cl} \end{cases}$$

Dinamica erorii (cont.)

- Matricea de tranziție a stărilor, **A**, pentru sistemul liniarizat, este subdiagonală:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{C_E} & -\frac{G_M}{C_E} & 0 \\ \frac{1}{C_C} & -\beta \cdot \frac{G_M}{C_C} & -\frac{G_C}{C_C} \end{bmatrix}$$

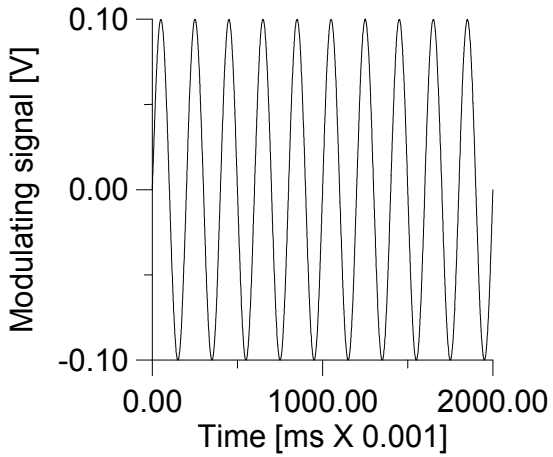
- rezultă cu ușurință valorile proprii ale matricei **A**, ca fiind reale și negative:

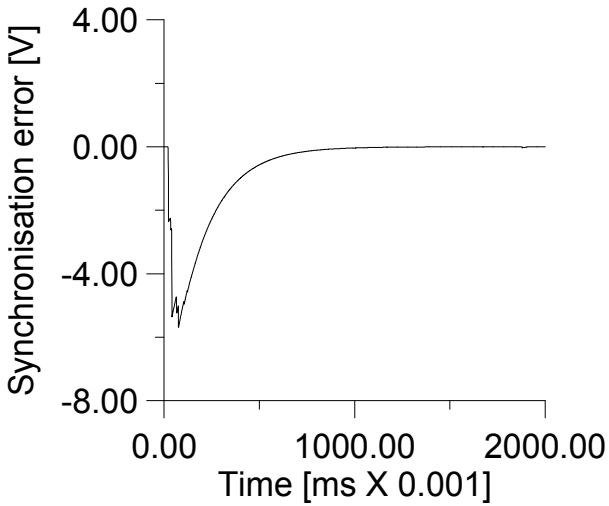
$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} \\ -\frac{G_M}{C_E} \\ -\frac{G_C}{C_C} \end{bmatrix}$$

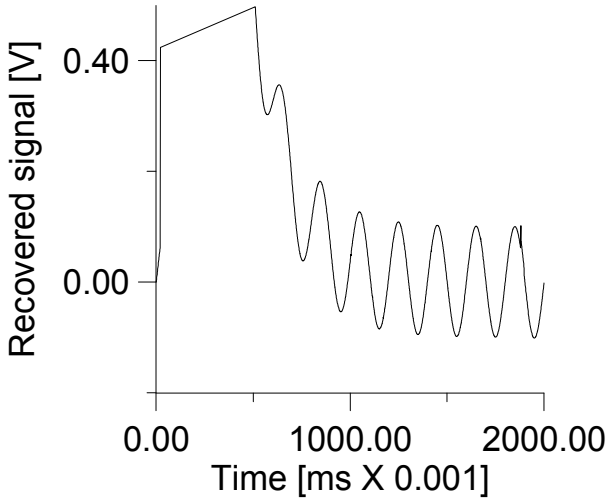
Dinamica erorii (cont.)

- eroarea de sincronizare scade exponențial la zero, cu constanta de timp maximă:

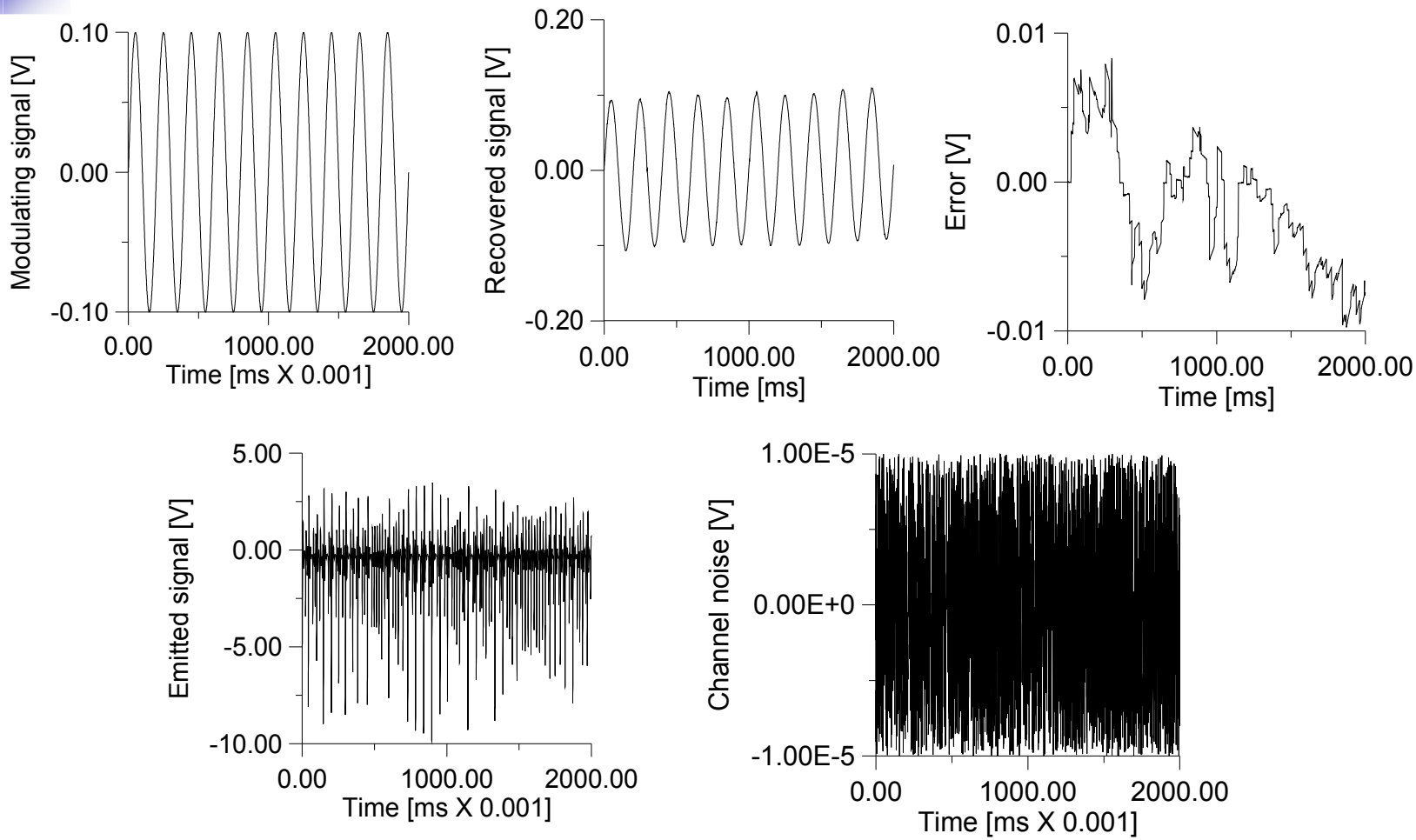
$$\tau = Max\left(\frac{1}{-\lambda_k}\right) = \frac{1}{\min(-\lambda_k)}; \quad k = 1,\cdots,3$$







Dinamica erorii (cont.)



Emitator discret aditiv

- Un sistem discret recursiv avand structura unui filtru IIR cu neliniaritatea data de depasirea in virgula fixa:

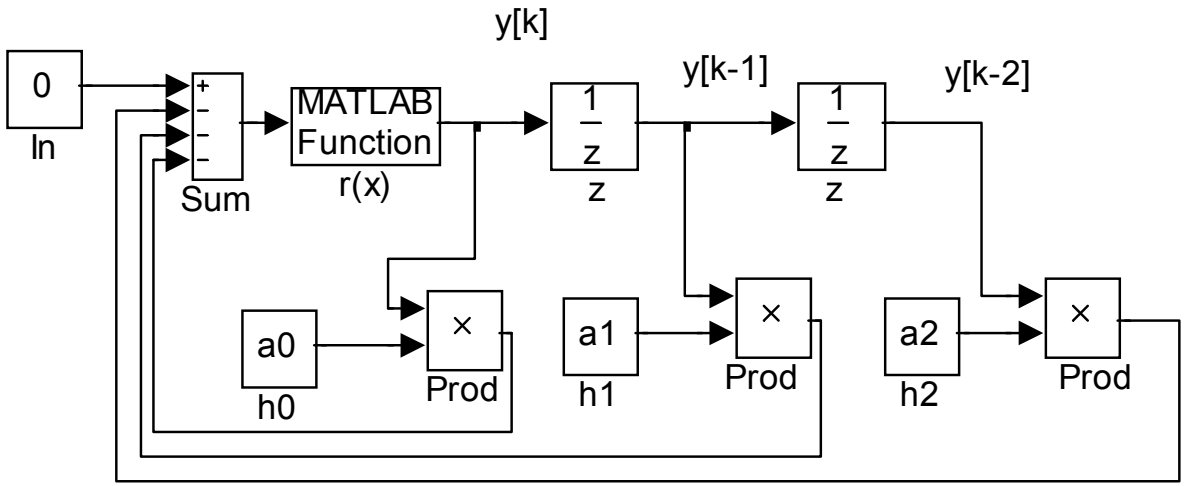
$$r(x) = x - round(x)$$

$$y[k] = r\left(e[k] - \sum_{n=1}^{N} h[n] \cdot y[k-n] \right)$$

- Are o dinamica haotica, daca prototipul liniarizat este instabil:

$$y[k] = e[k] - \sum_{n=1}^{N} h[n] \cdot y[k-n]$$

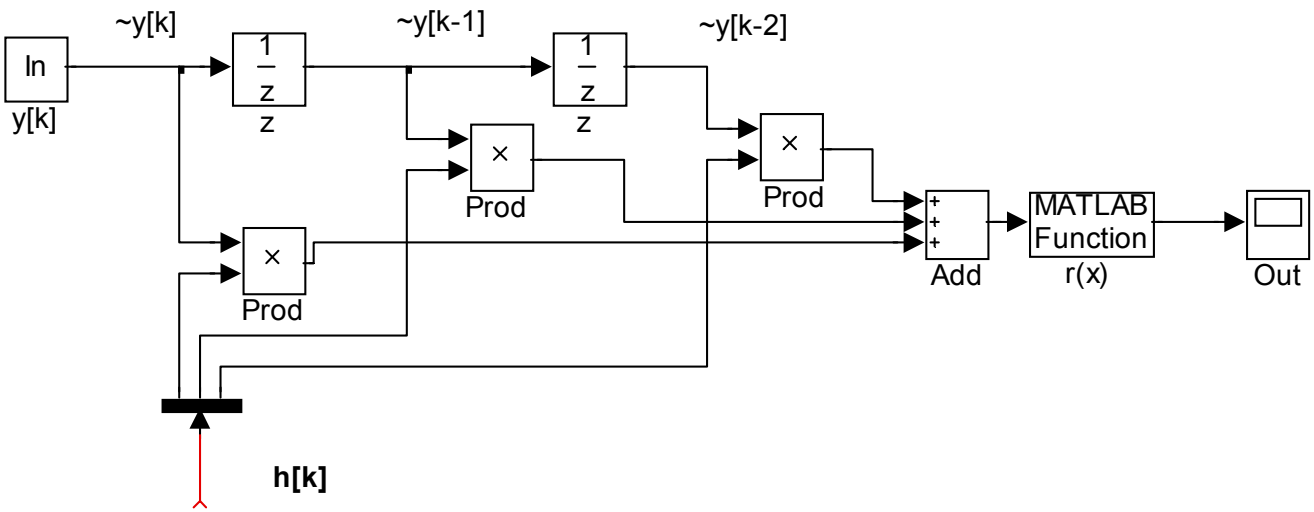
Emitator discret aditiv (cont.)



Emitator discret aditiv (cont.)

- Sistemul invers se construieste dupa modelul liniar, folosind functii de transfer aditive

$$H^{-1}(z) = \frac{1}{H(z)}$$



Emitator discret aditiv (cont.)

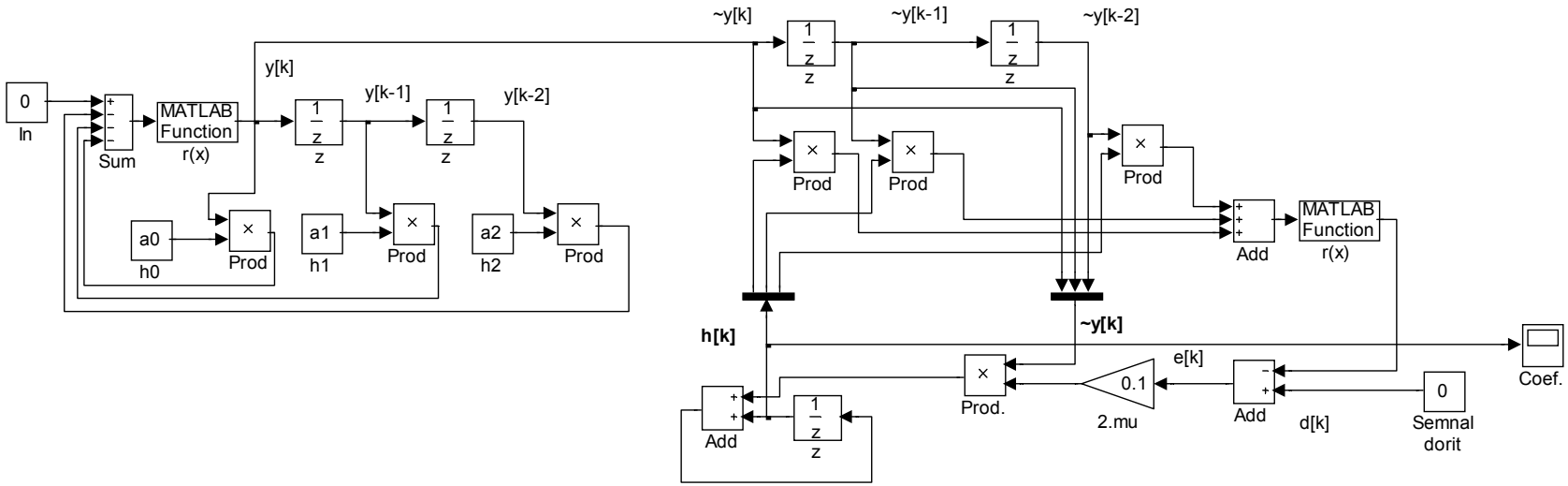
- Daca la receptie nu se cunosc exact coeficientii emitatorului
- Dar se cunoaste structura acestuia, inclusiv ordinul maxim posibil N
- Si se cunosc valor aproximative de start ale coeficientilor
- Receptorul poate fi construit ca sitem adaptiv, folosind drept algoritm de invatare un sistem de tip gradient:

$$\mathbf{h}[k+1] = \mathbf{h}[k] - \mu \cdot \frac{\partial \mathrm{E}}{\partial \mathbf{h}}$$

- De exemplu algoritmul LMS:

$$\mathbf{h}[k+1] = \mathbf{h}[k] + 2\mu \cdot \varepsilon[k] \cdot \bar{\mathbf{e}}[k]$$

Emitator discret aditiv (cont.)



Daca **estimarea initiala** a coeficientilor este destul de buna si algoritmul **converge**, vectorul de coeficienti de la receptie va tinde catre vectorul de coeficienti **necunoscut**, de la emitator, permitand **identificarea parametrilor** acestuia

Bibliografie

- Suport de curs: \Lab_Files\6TMPS_CNPS\Suport_Curs\
  - www.scs.etc.tuiasi.ro/
- Suport de laborator: \Lab_Files\6TMPS_CNPS\Suport_Laborator
  - www.scs.etc.tuiasi.ro/
- *I. Ciocoiu, V. Grigoras; "Tehnici moderne de procesare a semnalelor"*

Ed. Cermi 2005 (cap. 4 si 5):

- \Lab_Files\6TMPS_CNPS\Tehnici moderne de procesare a semnalelor
- *T. S. Parker, L. O. Chua; "Chaotic Dynamics Algorithms" 1989:*
  - \Lab_Files\6TMPS_CNPS\Chaotic Dynamics Algorithms - Parker & Chua
- *H. G. Schuster; "Deterministic Chaos" 1984*
- *J. Guckenheimer, P. Holmes; "Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields" Springer-Verlag 1983*