

## Laboratorul nr. 6

### Structuri FIR si IIR de tip lattice.

Implementarile de tip lattice s-au folosit in domeniul procesarii semnalelor audio. Avantajul lor este ca ofera o mai buna robustete a caracteristicii de frecventa la variatia coeficientilor chiar si pentru filtrele de ordinul 2 (ca urmare a cuantizarii coeficientilor)

In unele aplicatii este nevoie de filtre de tip trece banda cu caracteristici de frecventa inguste si abrupte. In astfel de aplicatii, abaterile caracteristicilor de frecventa ale filtrelor implementate in cascada sau paralel s-au dovedit insuficiente.

#### 1. Structuri FIR de tip lattice.

Se doreste implementarea unei functii de transfer  $H_m(z) = A_m(z)$  a unui filtru de tip FIR, a carui functie de transfer este:

$$H_m(z) = 1 + \sum_{k=0}^m h[k]z^{-k} \quad (1)$$

Structura de tip lattice a unui filtru de tip FIR de ordinul 2:

$$H(z) = 1 + h[1] \cdot z^{-1} + h[2] \cdot z^{-2} \quad (2)$$

este prezentata in figura de mai jos:

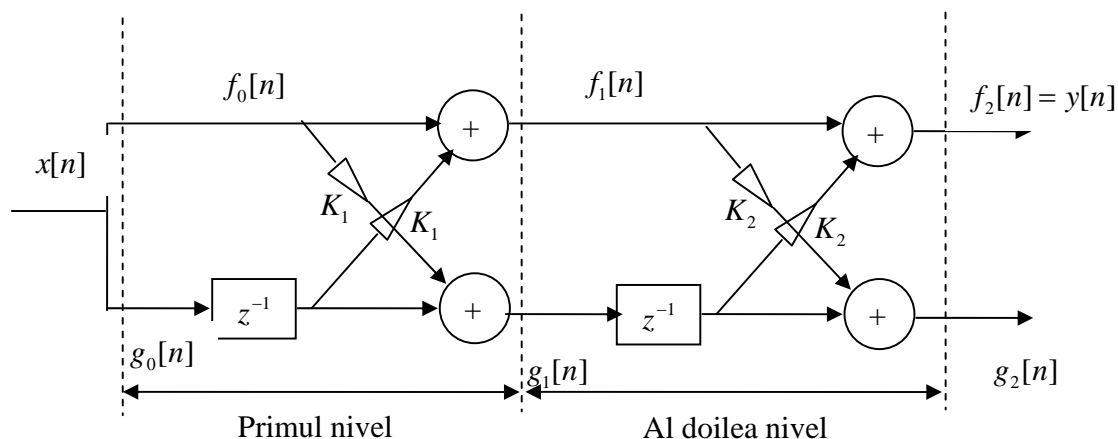


Fig. 1 : Structura de filtru tip lattice pentru filtru de tip FIR de ordinul 2

Filtrul poate fi impartit in doua nivele (se remarca structura sa repetitiva). Singura diferenta dintre cele doua nivele este data de parametrii  $K_1$  si  $K_2$ , numiti si coeficienti de reflexie.

Pentru primul nivel avem:

$$\begin{cases} F_1(z) = X(z) + K_1 z^{-1} X(z) \\ G_1(z) = K_1 X(z) + z^{-1} X(z) \end{cases} \quad (3)$$

iar pentru cel de-al doilea:

$$\begin{cases} F_2(z) = F_1(z) + K_2 z^{-1} G_1(z) \\ G_2(z) = K_2 F_1(z) + z^{-1} G_1(z) \end{cases} \quad (4)$$

*unde*  $F_2(z) = Y(z)$

Inlocuind relatiile (3) in (4), se obtine:

$$H(z) = 1 + K_1(1 + K_2)z^{-1} + K_2 z^{-2} \quad (5)$$

Identificand parametrii din relatiile (2) si (5), se obtin parametrii structurii de tip lattice:

$$K_1 = \frac{h[1]}{1 + h[2]} \text{ si } K_2 = h[2] \quad (6)$$

Daca se noteaza cu  $A_m(z) = \frac{F_m(z)}{X(z)}$  si  $B_m(z) = \frac{G_m(z)}{X(z)}$ , se obtin urmatoarele ecuatii care descriu o structura de tip lattice pentru implementarea unui filtru de tip FIR:

$$\begin{cases} A_0(z) = B_0(z) = 1 \\ A_m(z) = A_{m-1}(z) + K_m z^{-1} B_{m-1}(z) \\ B_m(z) = K_m A_{m-1}(z) + z^{-1} B_{m-1}(z) \end{cases} \quad (7)$$

***A1: Verificati relatiile (7) pentru cazul  $m=2$  prezentat mai sus.***

Implementarea fitrelor de tip FIR folosind structuri lattice in Matlab.

In Matlab, pornind de la o functie de transfer de ordinul  $m$  cunoscuta, se pot determina coeficientii  $K_m$  folosind functia `tf2latc`.

## 2. Structuri IIR numai cu poli de tip lattice .

### 2.1 Filtre IIR numai cu poli

Pentru a determina arhitectura unui filtru de tip IIR numai cu poli, se pleaca de la observatia ca daca intr-o ecuatie cu diferente corespunzatoare unuiu filtru IIR se inlocuieste intrarea in sistem cu iesirea din sistem, se obtine un filtru de tip FIR :

$$\underbrace{y[n] = -\sum_{k=1}^N a[k]y[n-k] + x[n]}_{\text{filtru IIR}} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} \underbrace{x[n] = -\sum_{k=1}^N a[k]x[n-k] + y[n]}_{\text{filtru FIR}} \quad (8)$$

Atunci structura unui filtru IIR care are numai poli,

$$H(z) = \frac{1}{1 + a[1]z^{-1} + a[2]z^{-2}} \quad (9)$$

de ordinul 2 implementat cu lattice este prezentata in figura 2.

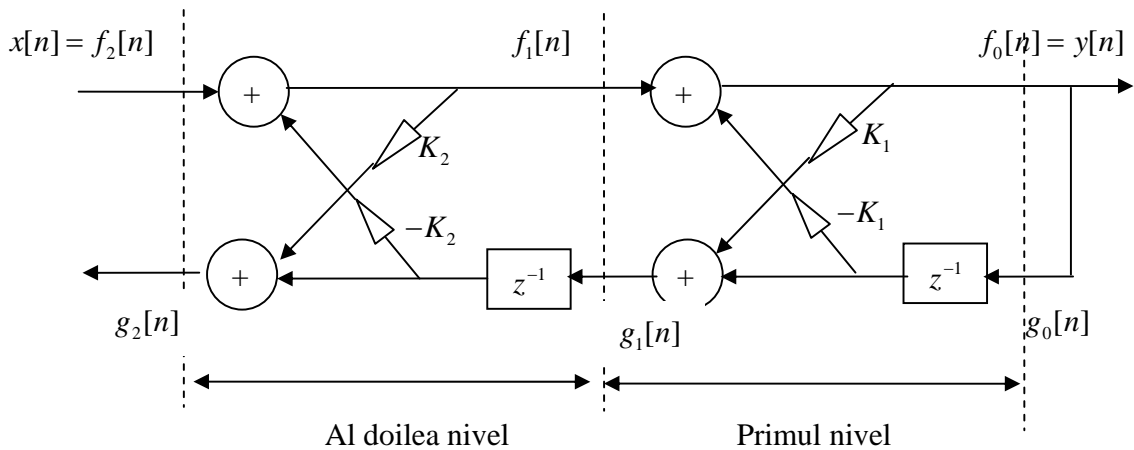


Fig. 2: Structura de filtru tip lattice pentru filtru de tip IIR de ordinul 2

**A2.** Sa se scrie ecuatiile corespunzatoare celor doua nivele si sa se determine functia de transfer corespunzatoare sistemului. Sa se determine coeficientii  $K_1$  si  $K_2$  in functie de  $a[1]$  si  $a[2]$ . Observati legatura dintre coeficientii determinati si cei din relatia (5).

**A3.** Sa se determine functia de transfer corespunzatoare iesirii  $g_2[n]$ . Ce fel de filtru este?

Avand in vedere modul in care s-a obtinut structura filtrului IIR si exemplul de mai sus, se poate spune ca relatia (7) descrie si functionarea unui filtru IIR numai cu poli. In acest caz, functia de transfer va fi:

$$H(z) = \frac{1}{A_m(z)} \quad (10)$$

Implementarea fitrelor de tip IIR folosind structuri lattice in Matlab.

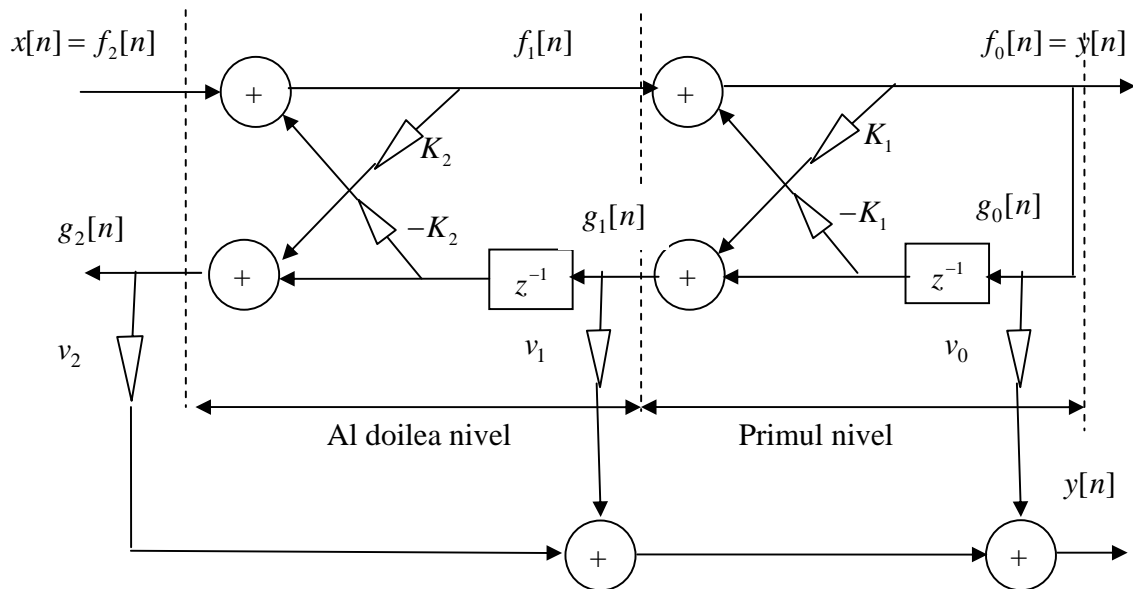
In Matlab, pornind de la o functie de transfer de ordinul  $m$  cunoscuta, se pot determina coeficientii  $K_m$  folosind aceeași funcție `tf2lattice`.

## 2.2 Filtre IIR numai cu poli si zerouri (structuri de tip lattice-ladder)

Functia de transfer a unui filtru IIR cu poli si zerouri este :

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N b_k z^{-k}}, \quad M \leq N \quad (11)$$

Structura unui astfel de filtru de ordinul 2 este prezentata in Fig. 3.



**Fig. 3 Implementare de tipul lattice-ladder**

Iesirea unui astfel de circuit este:

$$y[n] = \sum_{m=0}^2 v_m g_m[n] \quad (12)$$

unde  $v_m$  sunt parametri care sunt determinati de zerourile sistemului.

$$\text{Se poate demonstra ca } b[z] = \sum_{m=0}^2 v_m B_m(z)$$

**A4 Sa se scrie ecuatiile corespunzatoare celor doua nivele si sa se determine functia de transfer corespunzatoare sistemului. Sa se determine coeficientii  $k_m$  si  $v_m$  in functie de  $a[1]$ ,  $a[2]$  si respectiv  $b[1]$ ,  $b[2]$ .**

In Matlab coeficientii  $k_m$  si  $v_m$  sunt determinati folosind functia `tf2latc` in forma:

$$[k, v] = \text{tf2latc}(b, a)$$