

Laboratorul 5

Structuri de baza pentru implementarea filtrelor discrete

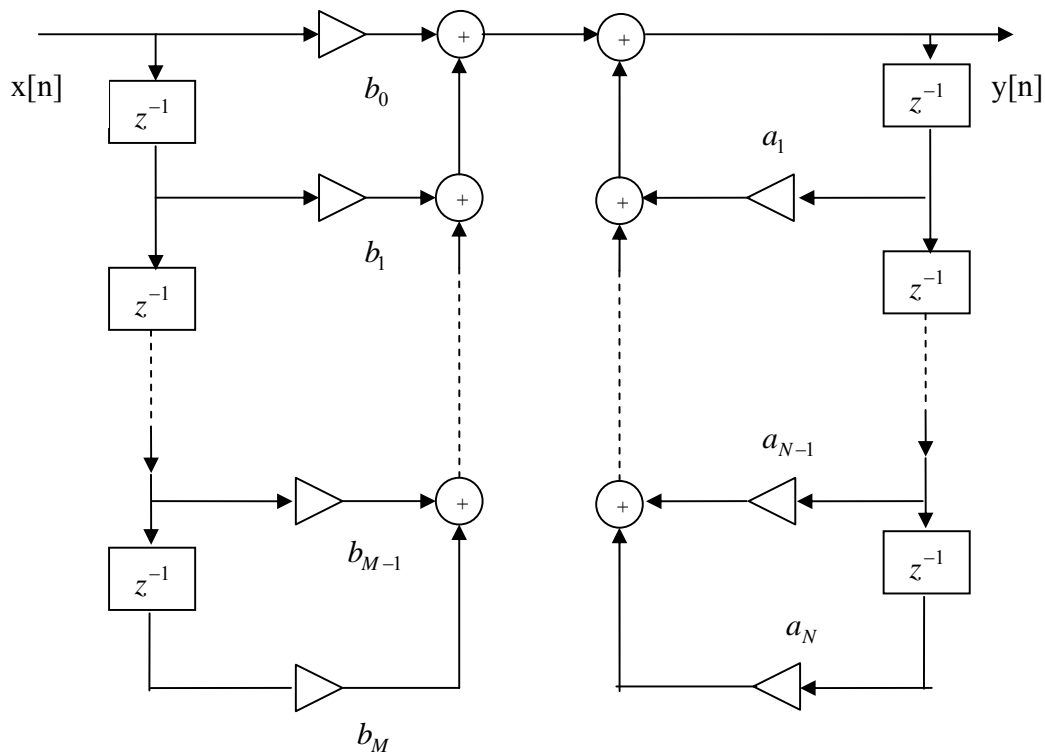
1. Implementarea filtrelor de tip IIR.

Funcția de transfer a unui filtru de tip IIR este:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 - \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} \quad (1)$$

și corespunde următoarei ecuații cu diferențe:

$$y[n] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k] + \sum_{k=1}^N a_k y[n-k] \quad (2)$$



Forma directă I a unui filtru de tip FIR

Sa se realizeze in Simulink structurile de filtre de tip IIR de mai jos a FTJ descris de urmatoarea functie de transfer:

$$H(z) = \frac{0.0543 + 0.0126 \cdot z^{-1} + 0.0543 \cdot z^{-2}}{1.0000 - 2.6688 \cdot z^{-1} + 3.5665 \cdot z^{-2} - 2.7235 \cdot z^{-3} + 1.1725 \cdot z^{-4} - 0.2266 \cdot z^{-5}} \quad (3)$$

a. Forma directa I

Forma directa I poate fi dedusa folosind urmatoarea relatie:

$$y[n] = \sum_{k=1}^N a_k y[n-k] + v[n] \quad \text{unde} \quad v[n] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k] \quad (4)$$

b. Forma directa II

Forma directa II se obtine notand $H_1(z) = \sum_{k=0}^M b_k z^{-k}$ si $H_2(z) = 1/(1 - \sum_{k=1}^N a_k z^{-k})$

si folosind proprietatea de comutativitate de sistemelor liniare $H_1(z) \cdot H_2(z) = H_2(z) \cdot H_1(z)$

A1: Sa se implementeze in Simulink folosind forma directa II functia de transfer $H(z)$ (relatia (3)). Sa se compare raspunsul la impuls al lui $H(z)$ si a structurii implementate.

A2: Sa se implementeze in Matlab $H(z)$, folosind ecuatii cu diferente. Sa se reprezinte grafic raspunsul la impuls al filtrului implementat.

c. Forma in cascada

Structura in cascada se obtine scriind relatia (1) ca un produs:

$$H(z) = \prod_{k=1}^L H_k(z) = \prod_{k=1}^L \frac{b_{0k} + b_{1k} \cdot z^{-1} + b_{2k} \cdot z^{-2}}{a_{0k} + a_{1k} \cdot z^{-1} + a_{2k} \cdot z^{-2}} \quad (5)$$

- Obs:* - fiecare factor $H_k(z)$ se implementeaza folosind forma directa II
- pentru determinarea coeficientilor b_{ij} si a_{ij} se poate folosi functia Matlab `tf2sos` (apelati doc `tf2sos`);
 - o `[sos,g]=tf2sos(b,a)` si `sos=tf2sos(b,a)` returneaza valori diferite

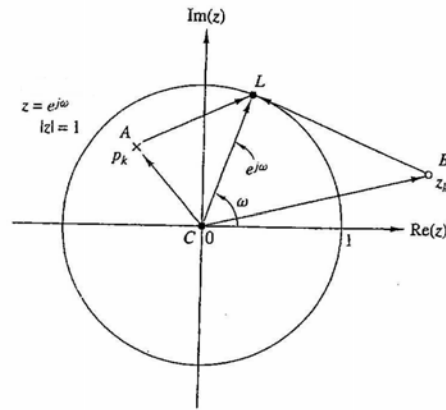
A3: Sa se implementeze in Simulink folosind forma in cascada functia de transfer $H(z)$ (relatia (3)). Sa se compare raspunsul la impuls al lui $H(z)$ si a structurii implementate.

A4: Sa se verifice daca fiecare $H_k(z)$ a fost determinat prin gruparea polilor si a zerourilor astfel in sa se respecte urmatoarele regului:

- a) polii complecsi conjugati cei mai apropiati de cercul unitate fac pereche cu zeroul cel mai apropiat din planul z . Astfel se formeaza sisteme de ordin maxim 2 ($H_k(z)$).
- b) Regula a) se repeta pana cand s-au format perechi din toti polii si zerourile lui $H(z)$.
- c) Sistemele de ordin maxim 2 astfel formate trebuie ordonate crescator sau descrescator in raport cu apropierea de cercul unitate.

(Se vor folosi functiile Matlab: `zplane`, `roots` si `abs`)

Prin metoda de proiectare prezentata mai sus se incearca eliminarea biquazilor care pot avea factor de calitate mare. O intelegere intuitiva a legaturii dintre pozitia polilor si a zerourilor si caracteristica de frecventa a filtrului este prezentata in urmatorul exemplu.



Pentru o functiei de transfer oarecare:

$$H(z) = \frac{\prod_k (z - z_k)}{\prod_k (p - p_k)} \quad (6)$$

modulul functiei de transfer este:

$$|H(\omega)| = \frac{\prod_k |e^{j\omega} - z_k|}{\prod_k |e^{j\omega} - p_k|} \quad (7)$$

Considerand exemplu de mai sus in care exista un pol si un zerou, modulul functiei de transfer este:

$$|H(\omega)| = \frac{U_k(\omega)}{V_k(\omega)} = \frac{BL}{AL} \quad (8)$$

Din exemplul de mai sus se observa ca filtre cu factor de calitate mare apar in situatia in care distanta dintre polii si zerourile biquazilor este mare.

d. Forma Paralela

Structura paralela se obtine scriind relatia (1) ca o suma:

$$H(z) = \sum_{k=1}^L H_k(z) = \sum_{k=1}^L \frac{b_{0k} + b_{1k} \cdot z^{-1}}{a_{0k} + a_{1k} \cdot z^{-1} + a_{2k} \cdot z^{-2}} \quad (9)$$

(se presupune ca $M < N$)

- Obs:* - fiecare factor $H_k(z)$ se va implementa folosind forma directa II
 - pentru determinarea coeficientilor b_{ij} si a_{ij} se poate folosi functia Matlab `residuez` (pentru a afla cum se foloseste apelati `doc residuez`);

- o funcția *residuez* returnează poli și reziduurile complex conjugate; se vor suma termenii $H_k(z)$ care au poli complex conjugate astfel încât filtrul implementat să aibă coeficienți reali.
- o pentru sumarea lui $H_k(z)$ se poate folosi tot funcția *residuez*, parametrii funcției fiind poli și respectiv reziduurile complex conjugate calculate anterior.

2. Implementarea filtrelor de tip FIR.

Funcția de transfer a unui filtru de tip FIR este:

$$H(z) = \sum_{k=0}^M h_k z^{-k} \quad (10)$$

și corespunde următoarei ecuații cu diferențe:

$$y[n] = \sum_{k=0}^M h_k x[n-k] \quad (11)$$

a. Forma directă

Forma directă de implementare a filtrelor de tip FIR poate fi dedusă din relația (11) sau (10).

b. Implementarea filtrelor de tip FIR cu fază liniară

Implementarea filtrelor de tip FIR cu fază liniară se bazează pe faptul că $h[n] = h[N-1-n]$ sau $h[n] = -h[N-1-n]$ $0 \leq n \leq N-1$.

c. Implementarea filtrelor de tip FIR folosind structura în cascada.

Funcția de transfer se scrie ca un produs de polinoame în z^{-1} de ordin 1 sau 2 asemănător relației (5).